Sistemas Digitais para Computação

AULAS TEÓRICAS

01 a 08

Prof. MSc. Mário Oliveira Orsi
Prof . MSc. Carlos Alexandre Ferreira de Lima

FEVEREIRO de 2015

Sistemas Digitais para Computação **Roteiro da 1ª aula**

Referência ao Programa: 1.Introdução

- Conceitos Básicos
- Comportamento Analógico e Digital

Referência Livro Texto: Capítulo 1

Objetivo: apresentar os conceitos de lógica digital, de maneira a proporcionar uma visão interna dos circuitos que compõem um sistema digital, como um computador, por exemplo.

Atividades:

- Distribuição do Programa.
- Discussão preliminar dos conteúdos e Plano de Avaliações.
- Apresentação dos conceitos Básicos.

CONCEITOS BÁSICOS / COMPORTAMENTO ANALÓGICO E DIGITAL

Mundo eletrônico moderno → circuitos e máquinas que processam de forma automatizada os Sinais elétricos → Codificam informações (ou dados)

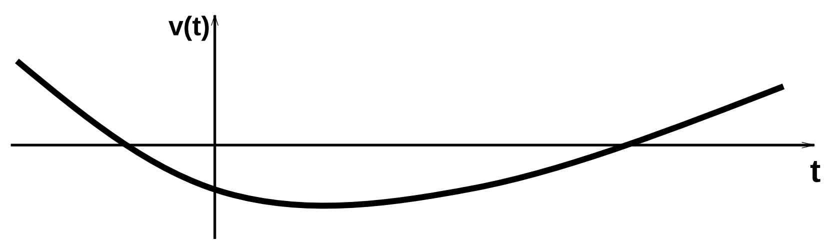
Técnicas analógica e digital → comportamento dos sinais em relação ao tempo
Operação: Analógica→ infinitos valores
Digital → alguns valores

Fronteira entre um e outro tipo de comportamento → ponto de vista ou referencia

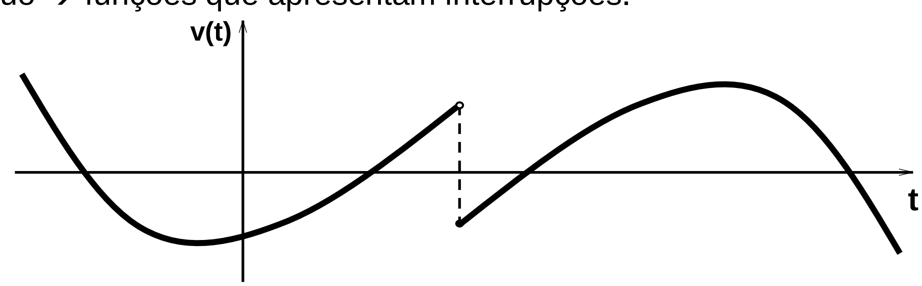
Sinais Elétricos: Grandezas elétricas (tensão, corrente...) em que se codificam os dados manipulados por máquinas e circuitos elétricos.

Sinais Contínuos e Sinais Discretos no Tempo:

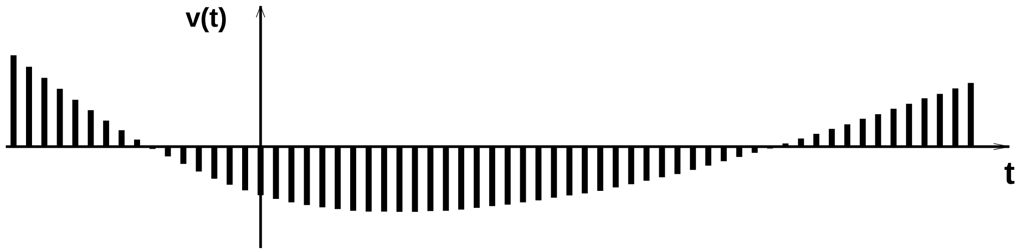
Sinal contínuo → função com variações suaves ou representação gráfica, não apresenta interrupções.



Sinal Descontínuo → funções que apresentam interrupções.



Sinal Discreto → valores distintos do tempo, representação gráfica em "barras"
(os valores amostrados são os dos extremos da barra).



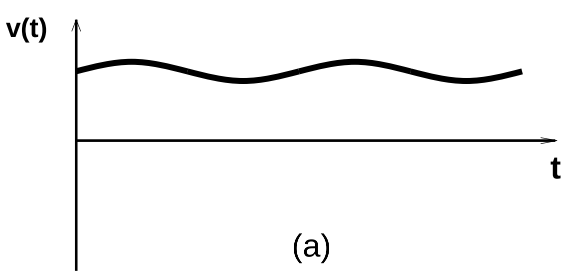
Fontes contínuas: Polaridade constante.
Forma contínua constante: a amplitude também não varia.

Fontes não contínuas: ocorre mudança de polaridade.

Fontes alternadas: Sequencia de valores positivos e negativos que se repetem periodicamente.

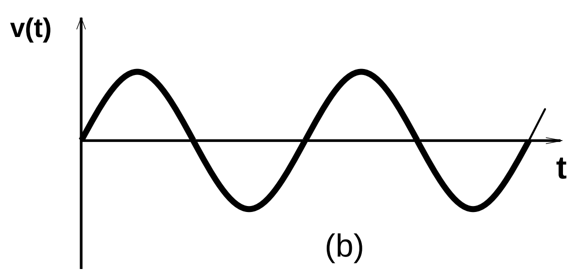
Formas de onda: Representação gráfica dos sinais elétricos em relação ao tempo.

(a) Corrente Contínua



(a)

(b) Corrente Alternada

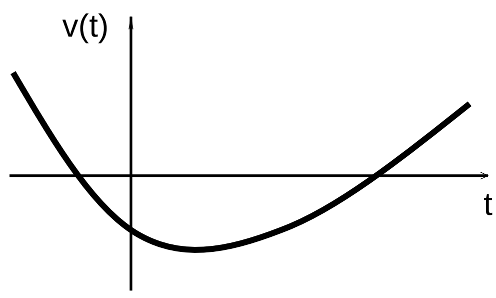


(b)

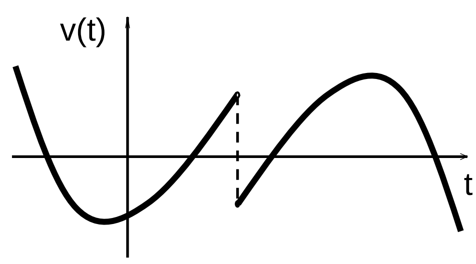
Sinais Analógicos e Sinais Digitais

Sinal analógico → são válidos todos os possíveis valores em um intervalo de tempo

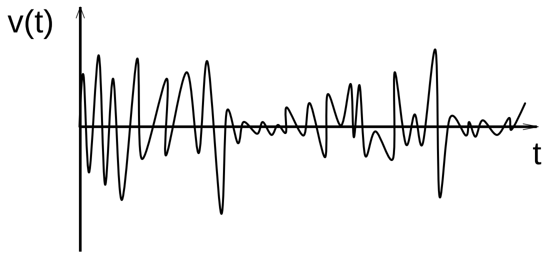
Sinal analógico contínuo

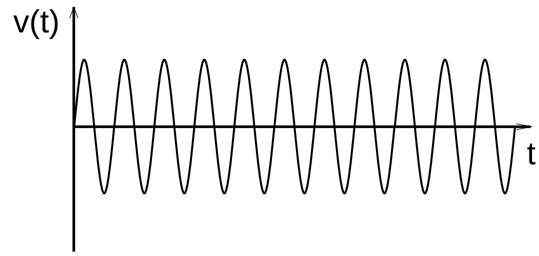


Sinal analógico Descontínuo

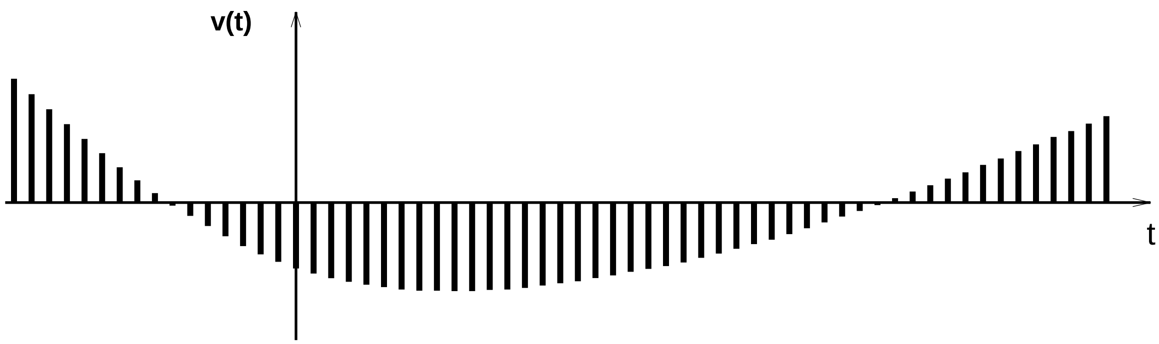


Outros exemplos de Sinais analógicos contínuos:



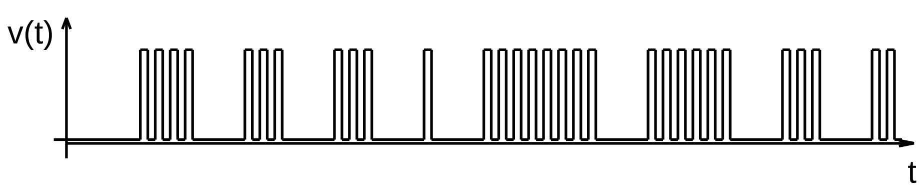


Dos sinais analógicos não contínuos, os que têm maior interesse no estudo de sistemas digitais são os sinais discretos amostrados no tempo:

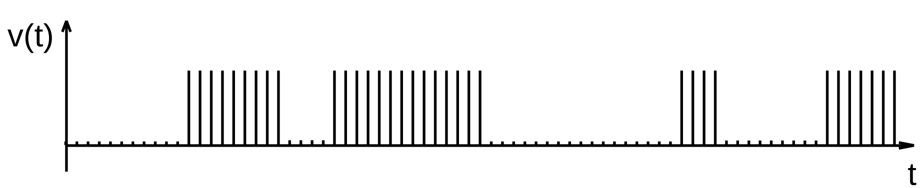


Sinal digital → válido apenas um número (finito) valores. Cada um destes valores em degraus, assim, pode ser associado a um algarismo (dígito) de um sistema de numeração ou de codificação, de onde vem o termo digital.

Exemplo: trem de pulsos gerado por um discador telefônico.



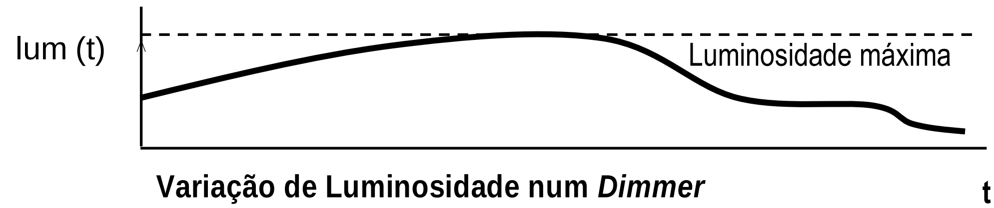
Um sinal digital também pode ser amostrado no tempo



REPRESENTAÇÕES NUMÉRICAS PARA QUANTIDADES FÍSICAS

Analógica: Quantidade proporcional (variação contínua dentro de uma faixa de valores)

Ex: Velocímetro, termômetro, microfone, relógio ponteiros, Dimmer.



Variação de Luminosidade num *Dimmer*

Digital: Quantidade representada por Dígitos (valores discretos)

Ex: Relógio digital→ saltos de Um Seg., Odômetro.

SISTEMAS ANALÓGICOS E SISTEMAS DIGITAIS

Sistema: Qualquer conjunto de elementos inter-relacionados que interagem para executar uma tarefa específica.

Digital→ Característica: está relacionado com Dígito→ algarismo.

Ex: Calculadora digital; Computador digital; Videogames (painel); Fornos de microondas (controle); Sistemas de controle automotivos; Equipamentos de teste: Geradores; medidores; osciloscópios etc.

Sistema Digital→ Conjunto de dispositivos que manipulam quantidades de forma digital

Ex: Calculadoras, computadores, controle semáforo, máquina escrever, sistemas telefônicos atuais, relógio digital, odômetro...

Sistema Analógico→Conj. de dispositivos que manipulam quantidades físicas representadas Analogicamente

Ex: Radio gravadores de fita, sistemas telefônicos antigos, velocímetro, relógio de ponteiros.

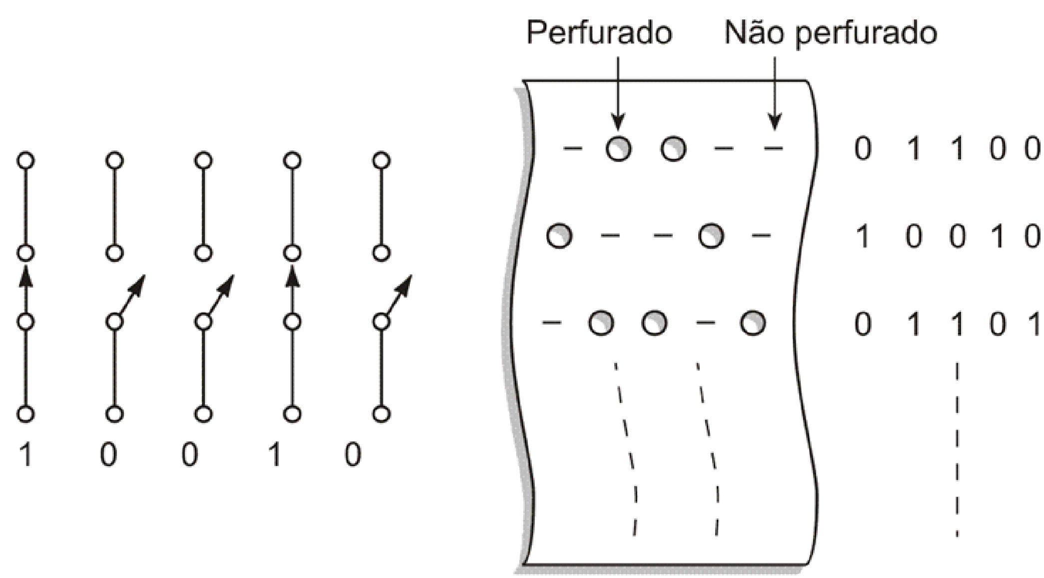
Sistemas Digitais Binários → Sistemas composto por componentes eletrônicos que possui dois estados (binário). Os dois níveis ou estados são usualmente representados por:

L (LOW = BAIXO) e **H** (HIGH = ALTO)
0 e **1**
Verdadeiro ou **F**also

Figura 1.6 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer - Capítulo 1

(a) Chaves representando 0 (aberta) e 1 (fechada),

(b) um papel com ausência e presença de furos representando 0 e 1, respectivamente.

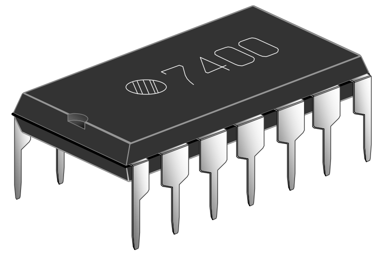


(a) (b)

Componentes Digitais:

Inicio → circuitos eletroeletrônicos de dois estados compostos de interruptores, lâmpadas, relés, diodos, transistores.

Hoje → circuitos integrados (CIs).



A integração em larga escala (LSI = Large Scale Integration), de milhares de componentes discretos (diodos, transistores, resistores e capacitores) em uma pequena pastilha de silício de alguns milímetros quadrados encapsulada em um invólucro de alguns centímetros.

- Vantagens das técnicas digitais:

  Projeto fácil: circuitos de chaveamento
  Armazenamento fácil: + tempo com circuitos de chaveamento
  Maior precisão e exatidão: +circuitos de chaveamento =+dígitos de precisão
  Simplicidade de Programação
  Circuitos digitais → menor interferência de ruídos
  Integração dos circuitos mais adequada

- Limitações das técnicas digitais:

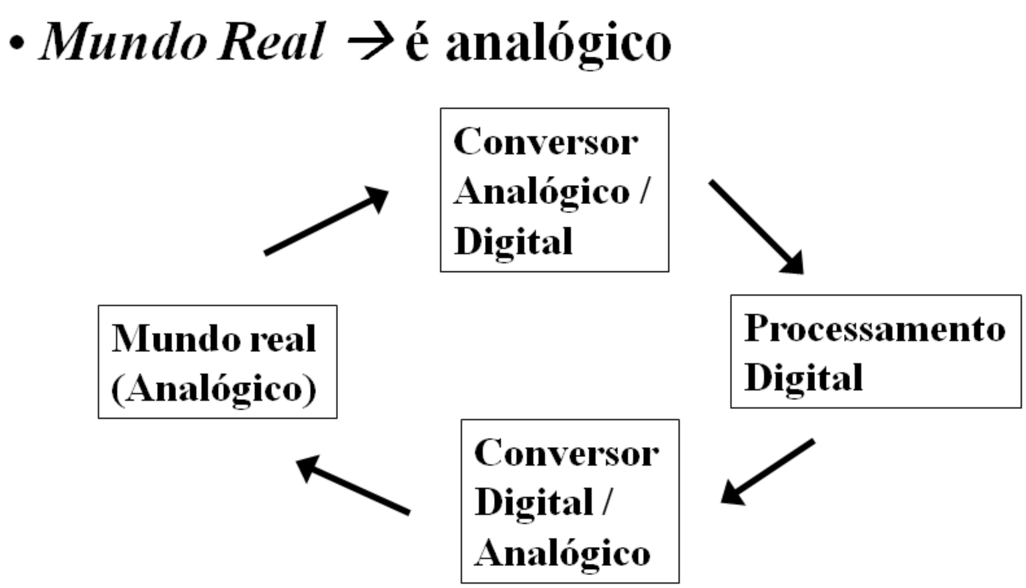
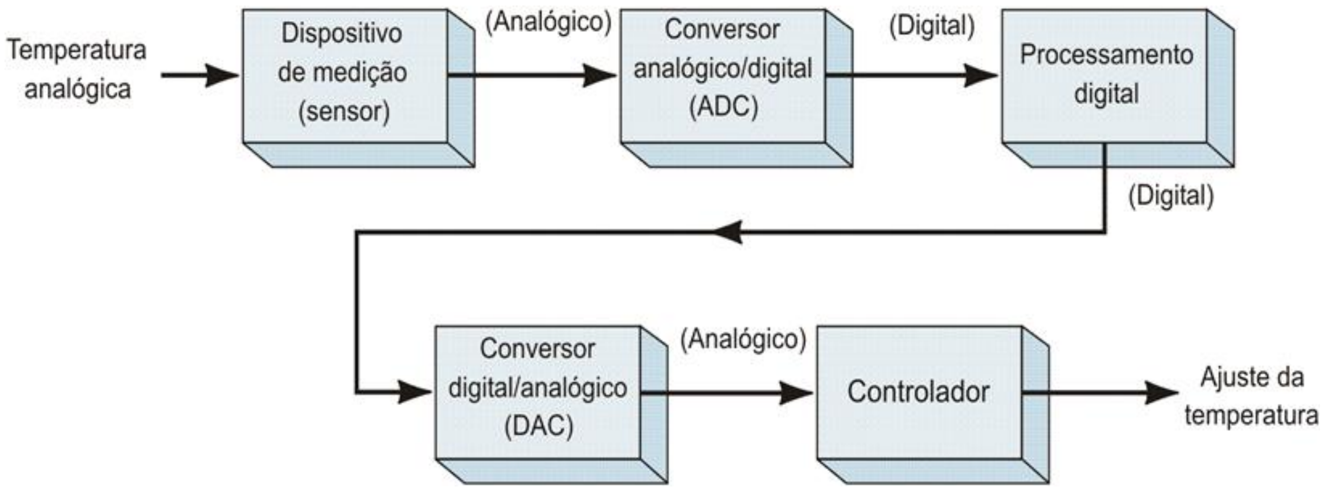


Figura 1-1 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer - Capítulo 1

Diagrama de um sistema de controle de temperatura que requer conversão analógico-digital para permitir o uso de técnicas de processamento digital.



Circuitos lógicos

Circuito: é um caminho, trajeto...

Circuito Lógico: são circuitos digitais, utilizados para processar (obedecendo a um determinado conjunto de regras lógicas) informações sob forma binária.

Estados estáveis: tempo de permanência é muito maior que o da transição.

Estados instáveis: transições de fenômenos com tempos comparáveis com o tempo da transição.

Ex: Lâmpada incandescente

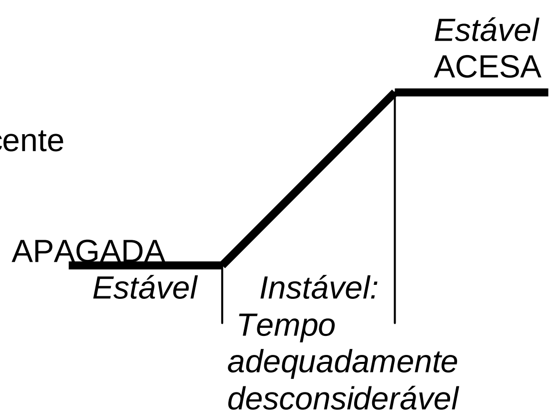
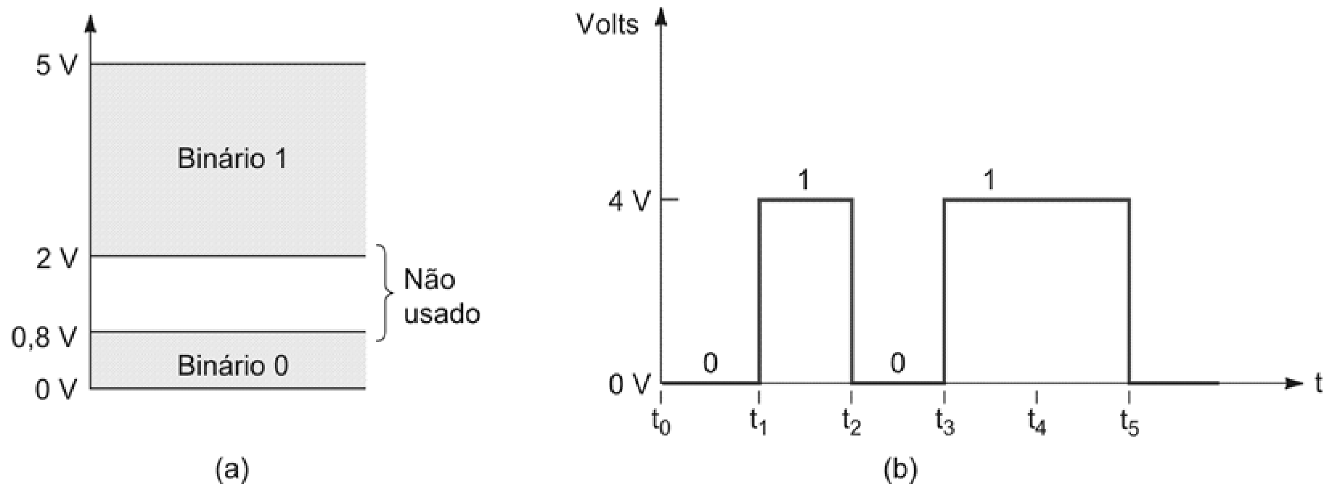


Diagrama de Tempo: Formas de Ondas Típicas de comportamento digital.

Figura 1-7 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer - Capítulo 1



(a) Valores típicos de tensões em um sistema digital;
(b) diagrama de tempo de um sinal digital típico.

Álgebra Booleana: é um modo de expressar a relação entre as entradas e as saídas em um circuito lógico.

Portas lógicas: circuitos digitais cuja única saída é o resultado de uma decisão i.é operação lógica básica (OR, AND, NOT) realizada sobre suas entradas.

Dispositivos de Memória: são circuitos que tem a propriedade de reter (armazenar) sua resposta (um bit - dígito binário) a uma entrada momentânea.

Atividade para casa: Ler o Capítulo 1 do Livro texto e Responder as questões.

Sistemas Digitais para Computação **Roteiro da 2ª aula**

Referência ao Programa: Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

- Tabela Verdade
- Blocos Lógicos Básicos AND, OR, e NOT
- Funções NAND e NOR
- Diagrama de Tempo

Referência Livro Texto: Capítulo 3 – 3.1 a 3.3; 3.5 e 3.9

Objetivo: apresentar os conceitos de álgebra booleana; tabela verdade; portas lógicas fundamentais; e Diagrama de tempo de maneira a proporcionar a realização e descrição das operações lógicas fundamentais, desenho de diagramas de tempo para várias portas lógicas.

Atividades:

- Apresentar os conceitos

ALGEBRA BOOLEANA E CIRCUITOS LÓGICOS

Circuitos Lógicos: operam com níveis lógicos 0 e 1 (intervalos de tensão pré definidos – 0 e 0,8V = 0 ; 2 e 5V = 1) permitindo o uso da Álgebra booleana para a sua análise e projeto.

Álgebra booleana: ferramenta matemática que permite descrever através de equações (expressões booleanas) a relação entre a(s) saída(s) e entrada(s) de um circuito lógico.

Tabela Verdade: representação na forma de uma tabela da saída de um circuito lógico em função da(s) entrada(s).

- CONSTANTES E VARIÁVEIS BOOELANAS

Nível lógico 0	Nível lógico 1
Falso	Verdadeiro
Desligado	Ligado
Baixo	Alto
Não	Sim
Chave aberta	Chave fechada

- PROPOSIÇÕES E CONECTIVOS LÓGICOS

Toda afirmação é uma proposição lógica e responde com uma das situações:

V= verdadeiro ou F= falso

Lógico = Certo, óbvio, verdadeiro, preciso.

A associação entre duas proposições é feita com conectivos – ou, e.
Exemplos:

1. Proposição composta de duas proposições simples unidas com conectivo lógico

Minha casa é grande e bonita. ié Minha casa é grande **e** Minha casa é bonita

Tabela Verdade

V	←	V	V
F	←	V	F
F	←	F	V
F	←	F	F

2. Proposição composta de duas proposições simples unidas com conectivo lógico

Peguei um giz branco ou azul. ié Peguei um giz branco **ou** Peguei um giz azul

Tabela Verdade

V	←	V	V
V	←	V	F
V	←	F	V
F	←	F	F

- TABELA VERDADE: Representam o COMPORTAMENTO ESTÁTICO do circuito sendo:

- Colunas→ entrada(s) = proposições simples e saída(s) = proposição composta – função
- Linhas → as combinações das entrada(s) e a saida correspondente.
- Determina-se o numero de combinações possíveis a partir do numero de entradas (n):

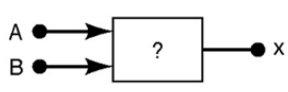
$$(n^{o}.\ \text{Linhas}) = (2^{n})$$

- Substituímos o **F** = **0** e **V** = **1**

Exemplos de tabelas – verdade para circuitos de:
(a) duas entradas, (b) três entradas e (c) quatro entradas.

Entradas Inputs → A, B; Saída Output → x

A	B	x
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0



(a)

A	B	C	x
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(b)

A	B	C	D	x
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

(c)

Cada tabela enumera todas a combinações possíveis dos níveis lógicos de entrada do lado esquerdo e a saída correspondente na direita

Figura 3-1 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer - Capítulo 3

- PORTAS LÓGICAS FUNDAMENTAIS

1. Negação – NOT – NÃO – INVERSÃO

Tabela Verdade

A	S
0	1
1	0

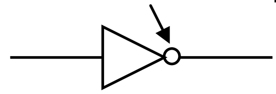
A = entrada S = saída

Representação: S = $\overline{A}$ = A negado, A barra, não A

Bloco lógico/ Simbologia da Negação

Presença do pequeno círculo sempre indica inversão

Inversor



Isolador / separador buffer

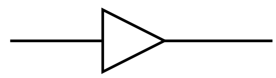
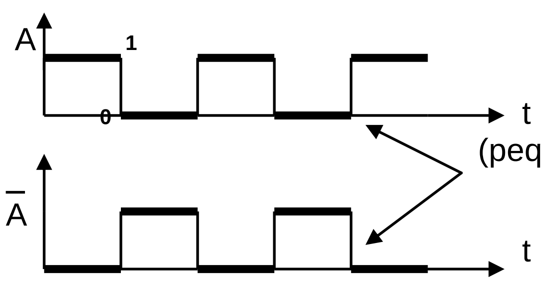


Diagrama de Tempo → Representa o COMPORTAMENTO DINÂMICO do circuito.

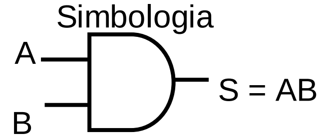


transição: saltos 0 → 1, quedas 1 → 0

(pequeno tempo de propagação desprezado)

2. Porta **AND – E** A = entrada B = entrada S = saída
   Representação: S = A E B; S = A . B ; S = AB

Simbologia



A figura abaixo mostra um *Diagrama de Tempo* para A e B variando em relação ao tempo e a correspondente variação da saída AB

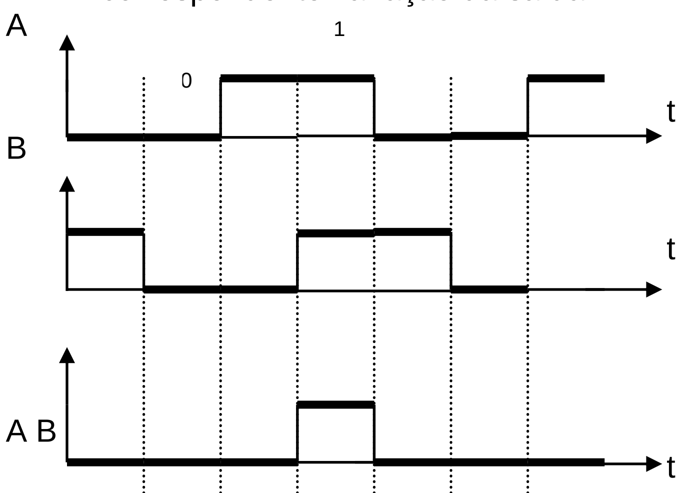


Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- A saída é 1 quando todas as entradas forem 1 ou a saída é 0 quando pelo menos uma das entradas for 0

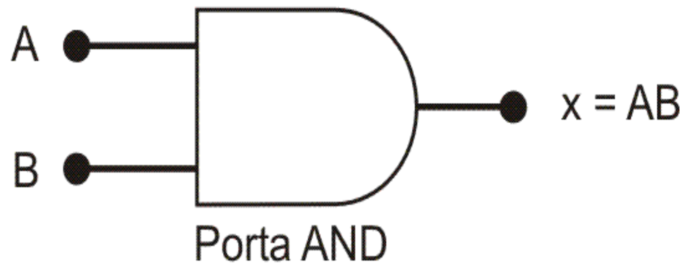
Figura 3-7- Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer - Capítulo 3

(a) Tabela-verdade para a operação AND;
(b) símbolo da porta AND.

AND

A	B	$x = A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(a)

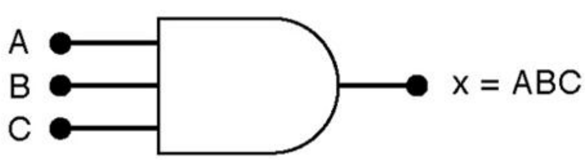


(b)

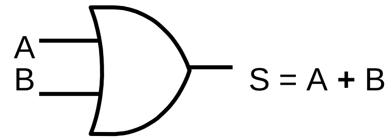
Figura 3-8 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer - Capítulo 3

Tabela-verdade e símbolo para uma porta AND de três entradas.

A	B	C	$x = ABC$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



3. Porta **OR – OU** A = entrada B = entrada S = saída Simbologia
Representação: S = A **+** B ; S = A **OU** B



A figura abaixo mostra um *Diagrama de Tempo* para A e B variando em relação ao tempo e a correspondente variação da saída A+B

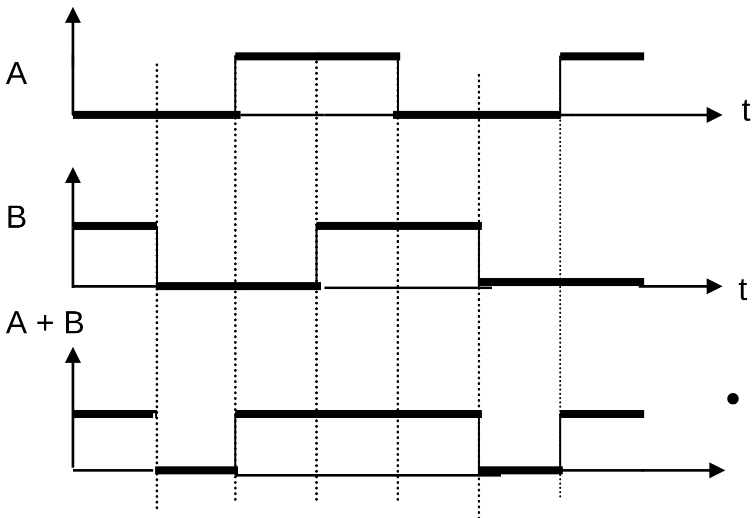


Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

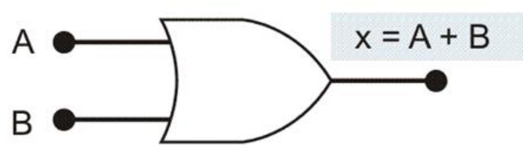
- A saída é 1 quando pelo menos uma entrada for 1 ou a saída é 0 quando todas as entradas forem 0

Figura 3-2 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer-Capítulo 3
(a) Tabela-verdade que define a operação OR;
(b) símbolo de uma porta OR de duas entradas.

OR

A	B	x = A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

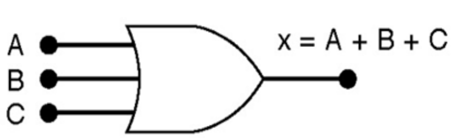
(a)



Porta OR

(b)

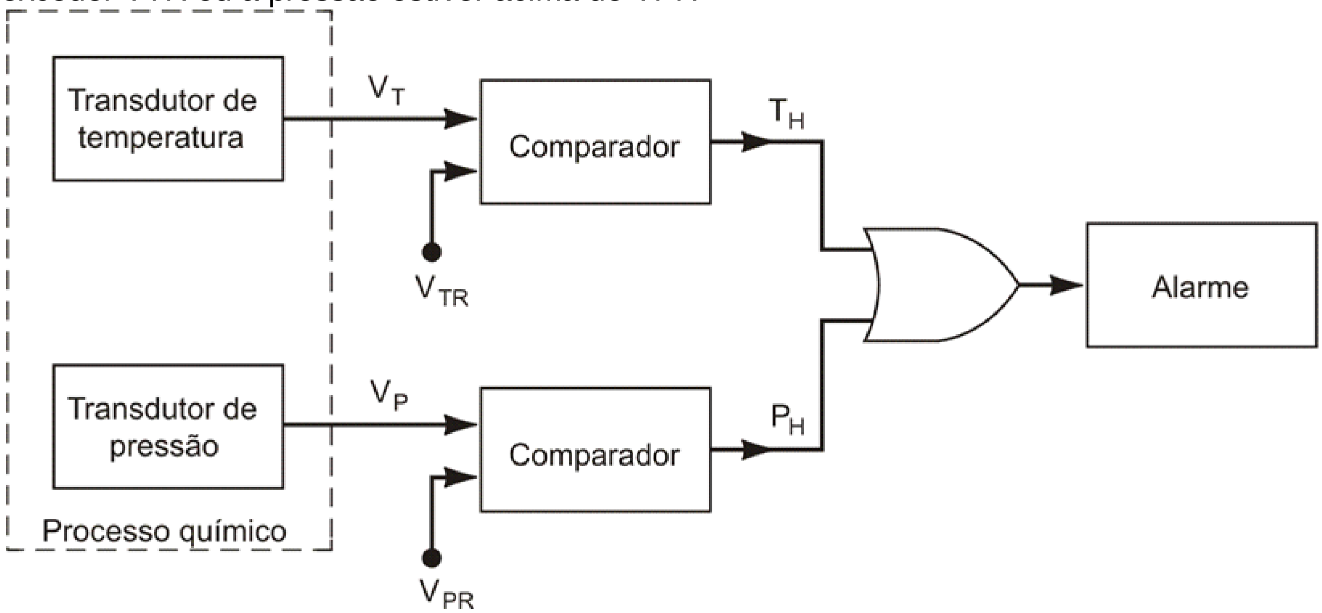
Figura 3-3 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer-Capítulo 3
Símbolo e tabela-verdade para uma porta OR de três entradas.



A	B	C	x = A + B + C
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Figura 3-4 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer-Capítulo 3

Exemplo do uso de uma porta OR em um sistema de alarme.
O alarme deverá ser ativado no processo químico abaixo sempre que a temperatura exceder VTR ou a pressão estiver acima de VPR

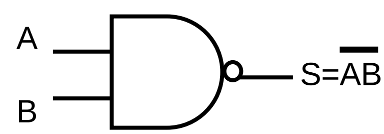


4. Porta **NAND – NE**

A = entrada B = entrada S = saída

Representação: $S = \overline{A \text{ E } B}$; $S = \overline{A \cdot B}$; $S = \overline{AB}$

Simbologia



A figura abaixo mostra um *Diagrama de Tempo* para A e B variando em relação ao tempo e a correspondente variação da saída $\overline{A\,B}$

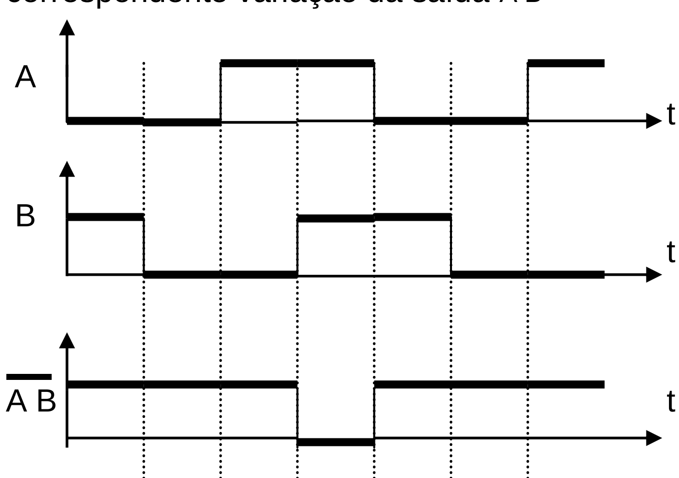


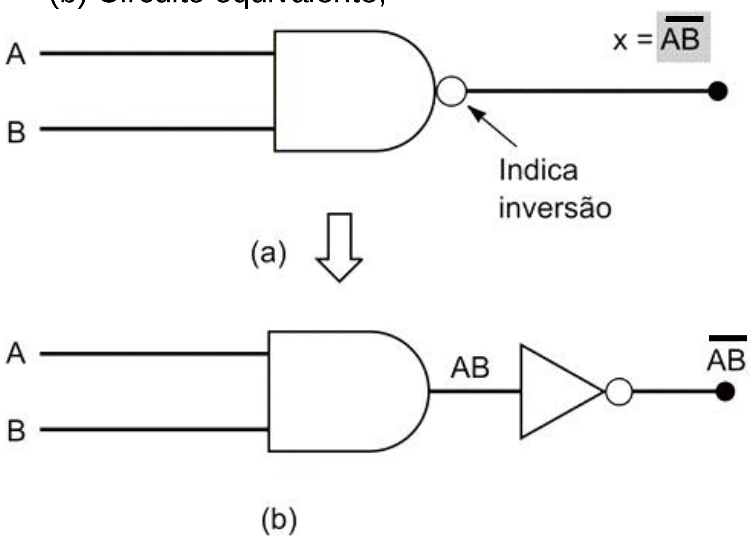
Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- A saída é 0 quando todas as entradas forem 1 ou a saída é 1 quando pelo menos uma das entradas for 0

Figura 3-22 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer-Capítulo 3

(a) Símbolo da porta NAND;
(b) Circuito equivalente;
(c) Tabela-verdade .



		AND	NAND
A	B	AB	$\overline{AB}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

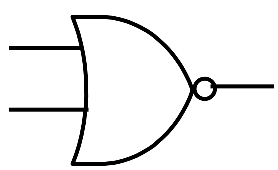
(c)

5. Porta **NOR – NOU**

A = entrada B = entrada S = saída

Representação: $S = \overline{A + B}$; $S = \overline{A \textbf{ ou } B}$

Simbologia A B



$S = \overline{A + B}$

Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

- A saída é 0 quando pelo menos uma entrada for 1 ou a saída é 1 quando todas as entradas forem 0

A figura abaixo mostra um *Diagrama de Tempo* para A e B variando em relação ao tempo e a correspondente variação da saída $\overline{A+B}$

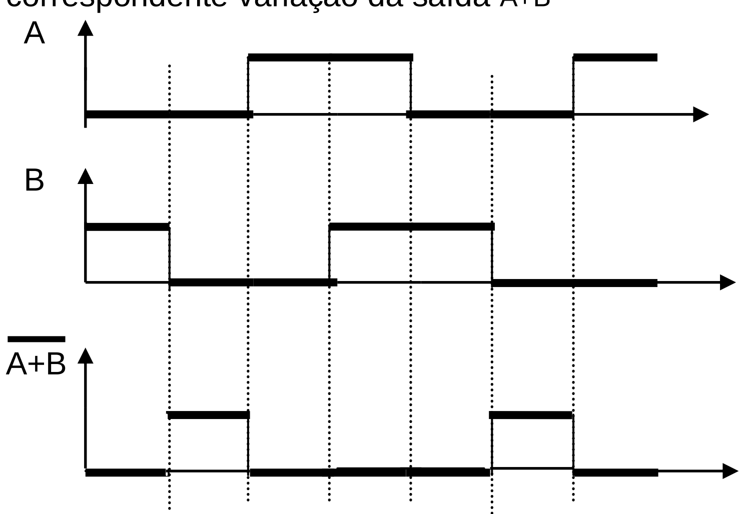
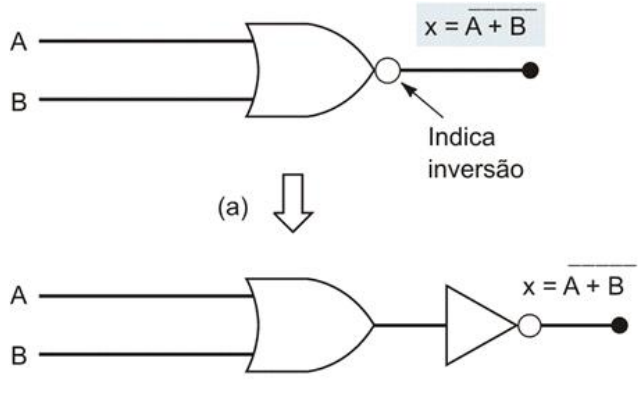


Figura 3-19 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer-Capítulo 3

(a) Símbolo da porta NOR;
(b) Circuito equivalente;
(c) (c) Tabela-verdade .



(b)

		OR	NOR
A	B	A + B	$\overline{A + B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

(c)

Exercícios em sala:

- Desenhar abaixo um diagrama de tempo para as portas AND, OR, NAND e NOR, de três entradas considerando as entradas variando nas sequencias →
  - A = 1,0,0,1,0,1,1
  - B = 0,1,0,1,0,0,1
  - C = 1,1,0,1,1,0,1

Atividades Para casa: Ler o Capítulo 3 do Livro texto e Responder as questões e problemas referentes aos itens 3.1 a 3.5 e 3.9.

Sistemas Digitais para Computação **Roteiro da 3ª aula**

Referência ao Programa: Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

- Combinações de portas
  - Determinação da expressão booleana que descreve um circuito lógico
  - Implementação de circuitos a partir de expressões lógicas
- Postulados

Referência Livro Texto: Capítulo 3 – 3.6 a 3.8

Objetivo: apresentar a Relação entre o circuito e a expressão lógica; Levantamento de tabela a partir do circuito / expressão; Postulados da Álgebra booleana.

Atividades:

- Apresentar os conceitos e exemplos

ALGEBRA BOOLEANA E CIRCUITOS LÓGICOS cont.

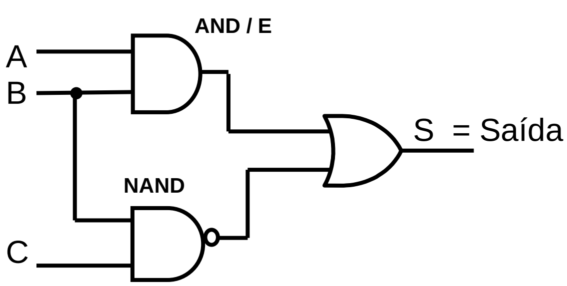
- COMBINAÇÃO DE PORTAS.

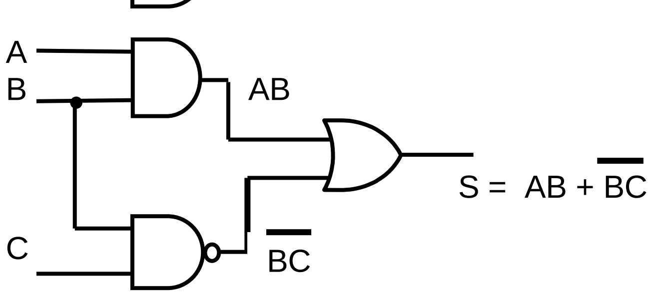
  Os circuitos lógicos de todos os dias usam as portas básicas e pode ser descrito completamente pelas operações booleanas.

  Circuitos Lógicos→ Portas Lógicas Básicas→ Operações Booleanas

  - Determinação da expressão booleana que descreve um circuito lógico

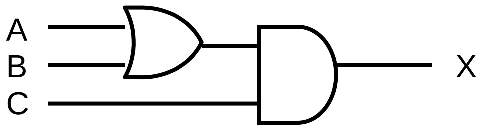
    1º Exemplo:

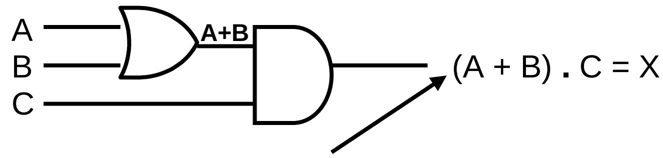




A	B	C	AB	BC	$\overline{BC}$	S
0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	1

2º Exemplo:





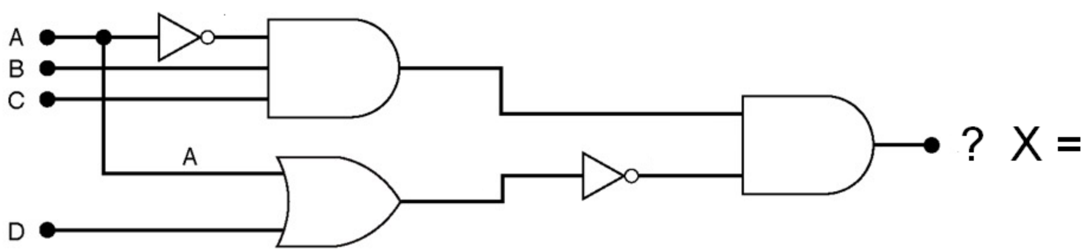
Parênteses p/ evitar precedência do AND

X

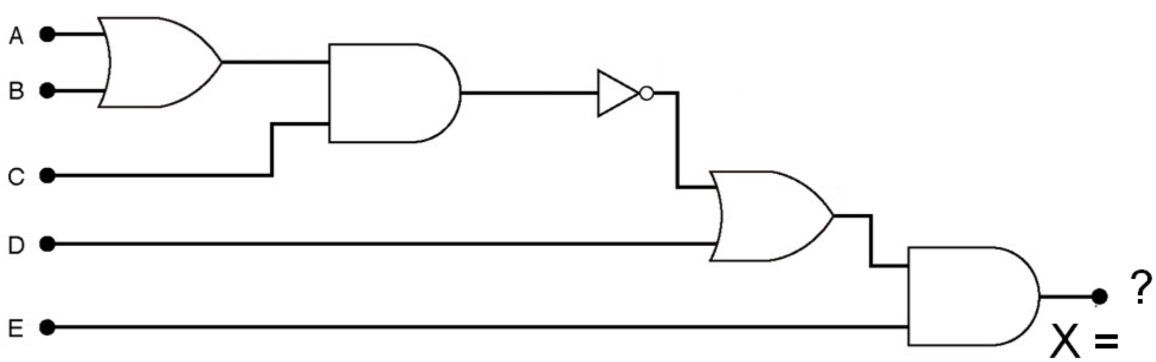
A	B	C	A+B	(A+B).C
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Outros exemplos para execução **em sala:**

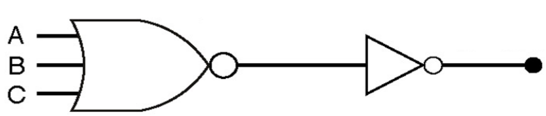
1) Determinar a função X dos circuitos das figuras (a) , (b) , (c)



(a)

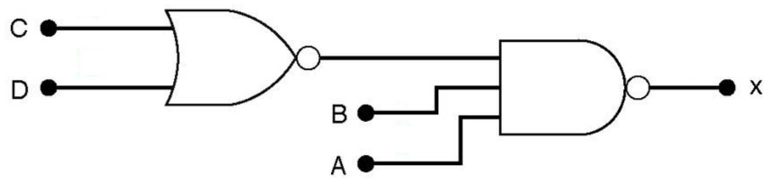


(b)

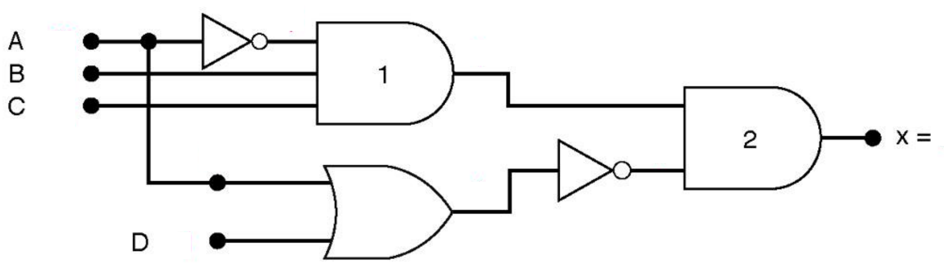


(c)

2) Determinar a expressão booleana que descreve um circuito lógico e o nível da saída x para uma entrada ABCD = 1110



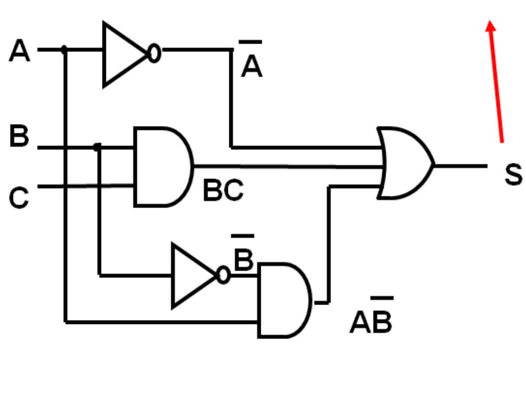
3) Determinando o nível lógico da saída a partir de um diagrama do circuito.
Para Entradas ABCD → 0111 Saida X = ?



- Implementação de um circuito lógico a partir da expressão booleana

1º Exemplo: Encontrar o circuito para $S = \overline{A} + BC + A\overline{B}$

Solução: 3 entradas A, B e C
Dois inversores para A e B
Dois AND: B.C e A$\overline{B}$
Um OR com três entradas: $\overline{A}$ + BC + A $\overline{B}$
Portanto:

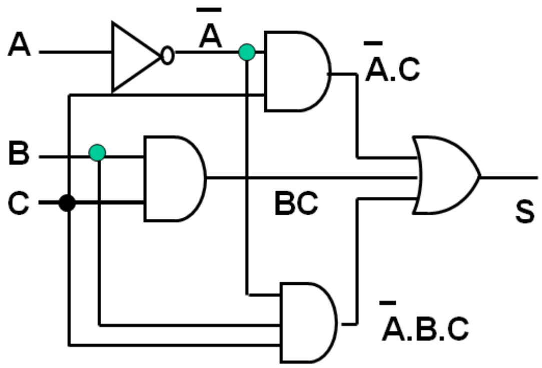


A	B	C	$\overline{A}$	BC	$\overline{B}$	$A\overline{B}$	S
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	1

2º Exemplo: Encontrar o circuito para $S = \overline{A}C + BC + \overline{A}.B.C$

Solução: 3 entradas A, B e C
Um Inversor para $\overline{A}$
Três AND: $\overline{A}.C$, B.C e $\overline{A}.B.C$
Um OR com três entradas → Portanto:

$S = \overline{A}C + BC + \overline{A}\,B\,C$

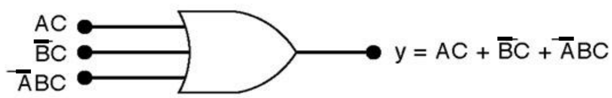


Encontrar a tabela verdade

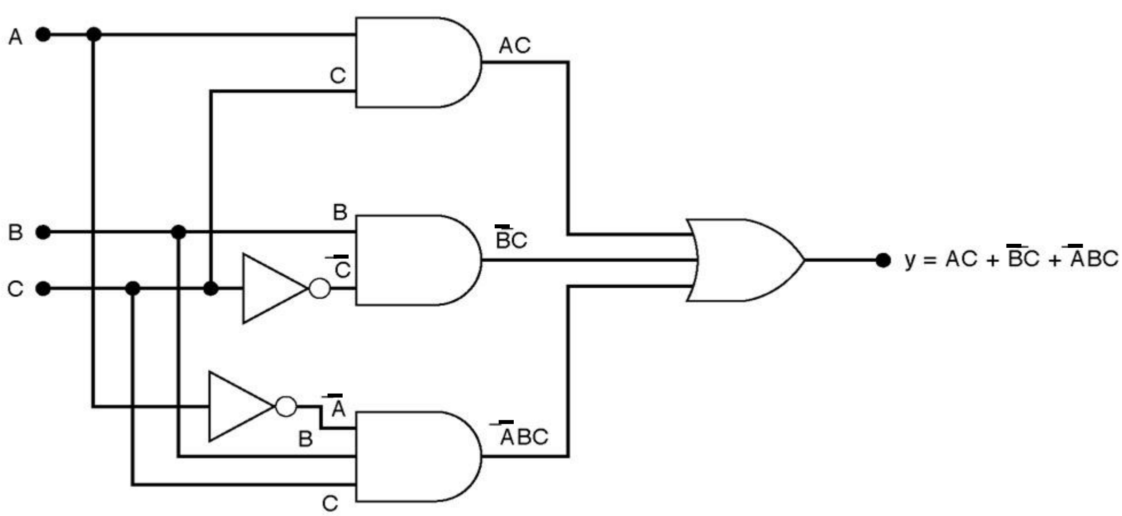
A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{A}C$	BC	$\overline{A}BC$	S
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	1

2º Exemplo: Construindo um circuito lógico a partir de uma expressão Booleana. **(da saída para a entrada)**

Figura 3-17 **-** Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer-Capítulo 3

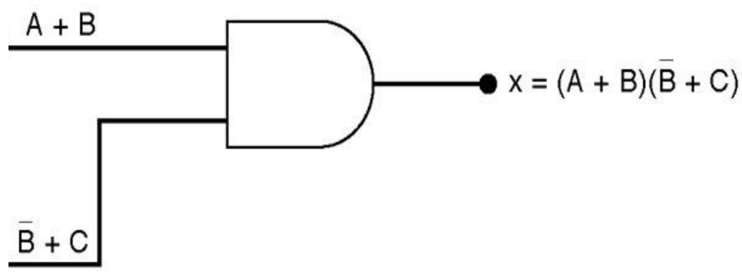


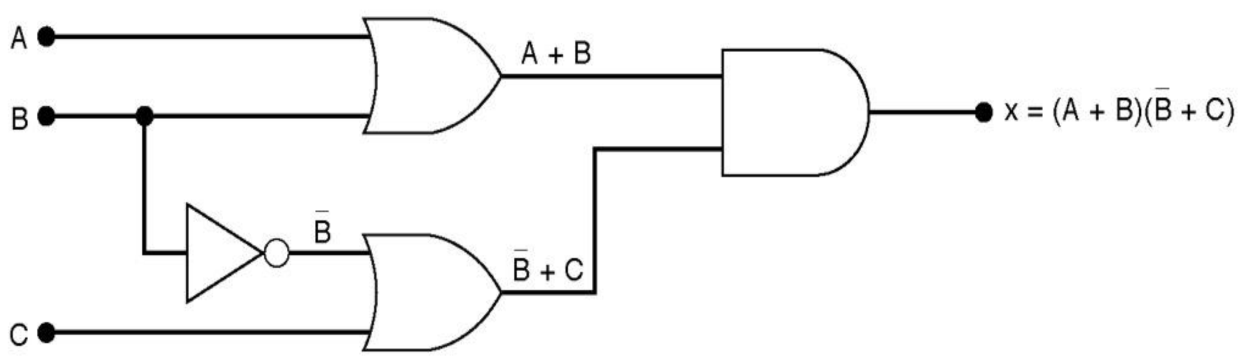
(a)



(b)

3º Exemplo: Construindo um circuito lógico a partir de uma expressão Booleana. **(da saída para a entrada)**





- **Expressões Duais**

Exemplos:

ou	←→	e	ou	←→	e
+	←→	**.**	X + Y	←→	X **.** Y
0	←→	1	0 + A	←→	1 **.** A

Ao mudar a expressão para Dual deve ser mantido as associações anteriores.

Ex.: X **+** Y **.** Z → X **.** (Y **+** Z)

Outros exemplos:

Dual ?:

A .(B+C) + A . B . C → (A + B.C) . (A + B + C)

[A .(B+C) + A] . B . C → {[(A +(B.C)). A] + B} + C

(A + B.C) . A + B + C

- **POSTULADOS→** proposição que se admite sem demonstração

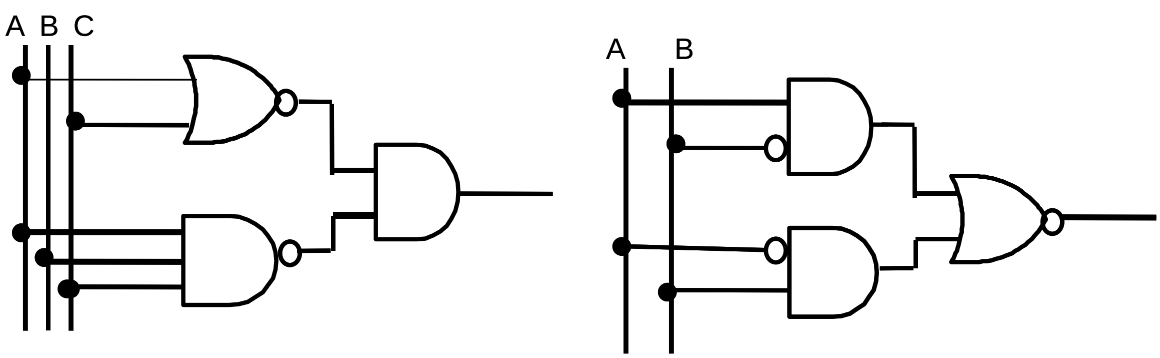
- X (variável simples, função) pertence ao { 0 , 1 } ou X = 0, ou X = 1

- $\overline{0} = 1$, $\overline{1} = 0$ NOT / Negação

- e / AND →
    - 0 . 0 = 0
    - 0 . 1 = 1 . 0 = 0
    - 1 . 1 = 1
- ou / OR →
    - 0 + 0 = 0
    - 0 + 1 = 1 + 0 = 1
    - 1 + 1 = 1
    -

- **Outros Exercícios em sala ANEXO terminar em casa:**

1. Obter a expressão booleana e tabela verdade para os circuitos:



2. Esquematizar o circuito e obter a tabela verdade para a expressão:

Dica: tabela verdade→

- $\bar{A}\bar{B}I_0+\bar{A}BI_1+A\bar{B}I_2+ABI_3$

A	B	S

3. Esquematizar o circuito e obter a tabela verdade para a expressão:

- $\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}BC}+\overline{A\bar{B}\bar{C}+A\bar{B}C+AB\bar{C}+ABC}$

Atividades Para casa: Ler o Capítulo 3 do Livro texto e Responder as questões e problemas das seções 3.6 a 3.8.

Referência ao Programa: Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

- Simplificação Algébrica
- Teoremas de DeMorgan
- Complemento de expressão lógica

Referência Livro Texto: Capítulo 3 – 3.10

Objetivo: apresentar os Teoremas triviais suas consequências; Propriedades algébricas, os Teoremas De Morgan e Complemento de expressões lógicas.

Atividades:

- Apresentar os conceitos e exemplos

ALGEBRA BOOLEANA E CIRCUITOS LÓGICOS

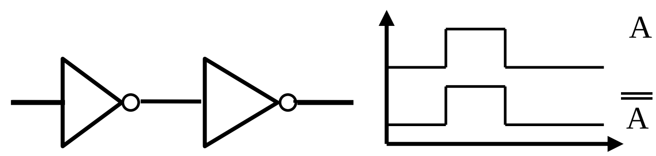
- SIMPLIFICAÇÃO ALGÉBRICA

Os circuitos lógicos são descritos completamente pelas operações booleanas, e os teoremas booleanos são usados para sua simplificação.

- TEOREMAS TRIVIAIS (simples)

1. $\overline{\overline{A}}$ **= A** → não tem dual

A	$\overline{A}$	$\overline{\overline{A}}$
0	1	0
1	0	1

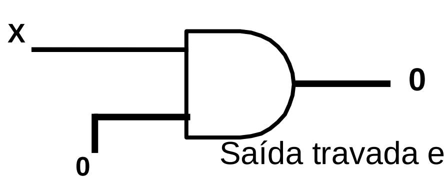


TD – Time Delay
(Desprezível)

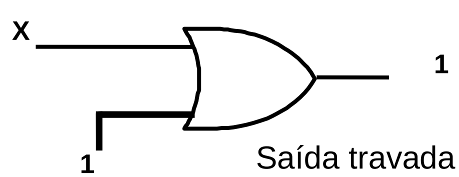
2. 0 . X = 0 Dual → 1 + X = 1

X	0.X
0	0
1	0

X	1+X
0	1
1	1



Saída travada em **0**

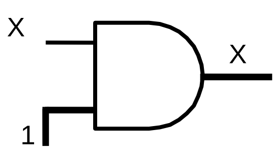


Saída travada em **1**

3. 1 . X = X Dual → 0 + X = X

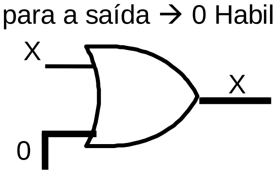
A entrada X vai para a saída → 1 Habilita o AND

X	1.X
0	0
1	1



A entrada X vai para a saída → 0 Habilita o OR

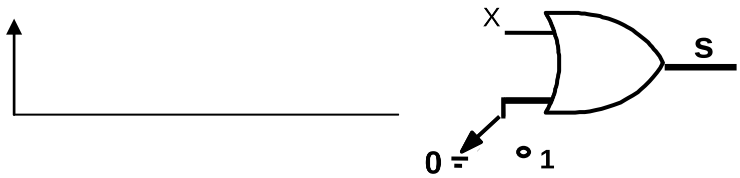
X	0+X
0	0
1	1



Resumindo:

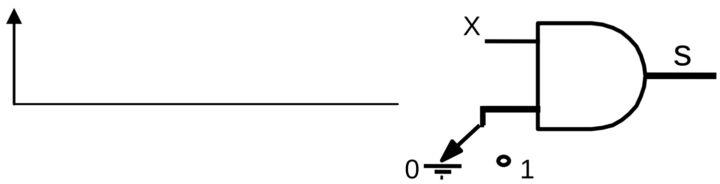
0 : habilita (enable) a porta OU → S = X deixa passar o sinal X

1 : Inibe (desable) a porta OU → S = 1 a saída trava em 1



1 : habilita (enable) a porta AND → s = x deixa passar o sinal X

0 : Inibe (desable) a porta AND → s = 0 a saída trava em 0



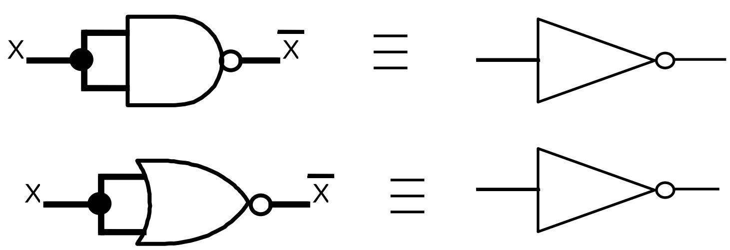
4. X . X = X **X + X = X**

* Não altera o nível lógico

São duas utilidades: - Restaurar um sinal fraco (tensão)

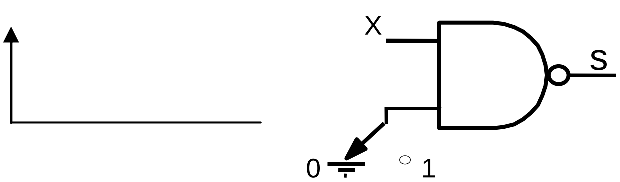
- Aumentar a cargabilidade de saída (corrente)

- Conseqüências:

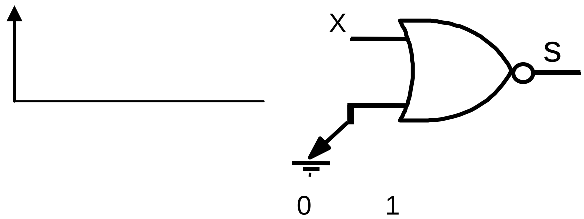


1 : habilita (enable) a porta NAND → s = $\overline{X}$ inverte o sinal X

0 : Inibe (desable) a porta NAND → s = 1 trava em 1



0 : habilita (enable) a porta NOR → s = $\overline{X}$ inverte o sinal X
1 : Inibe (desable) a porta NOR → s = 0 trava em 0



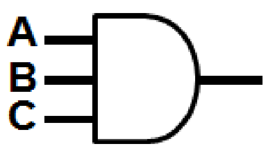
5. **X . $\overline{X}$ = 0** ⟶ **X + $\overline{X}$ = 1**

- **PROPRIEDADES ALGÉBRICAS**

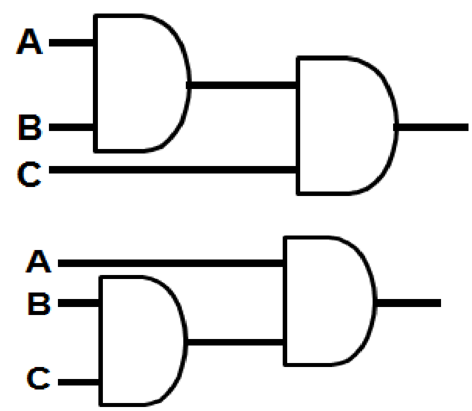
1 - Comutativa: **AB = BA** $\xrightarrow{\text{dual}}$ **A + B = B + A**

2 - Associativa:

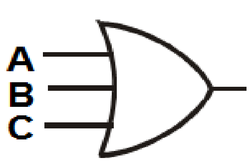
ABC = (AB)C = A(BC)

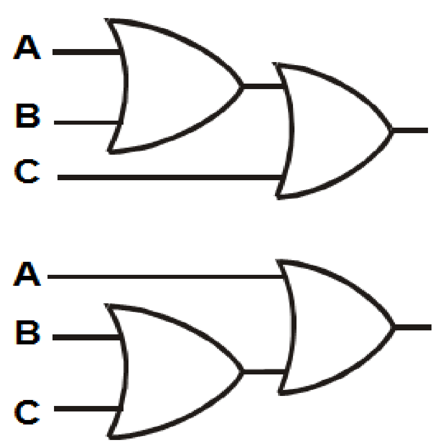


ABC =

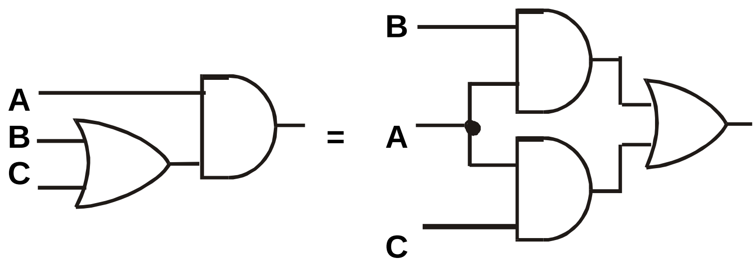


dual → **A+B+C = (A+B)+C=A+(B+C)**

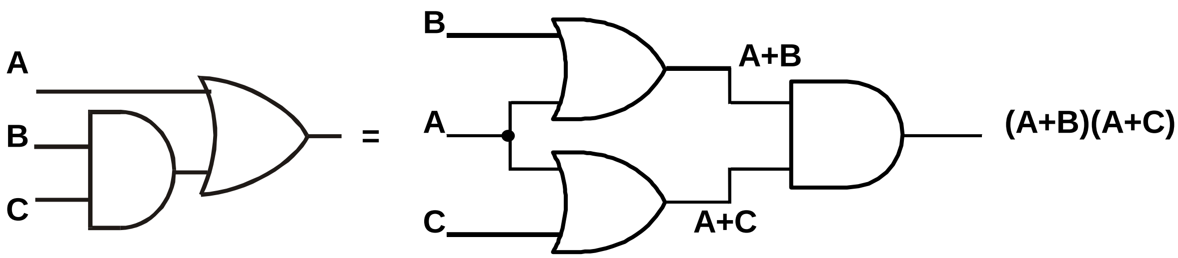




3 - Distributiva: A . (B+C) = A.B+A.C



Dual → A+B.C = (A+B).(A+C)



4 - Fatoração: XY + XZ = X(Y+Z) Dual → (X+Y).(X+Z) = X+Y.Z

- **TEOREMAS de DeMorgan:**

São teoremas atribuídos ao matemático DeMorgan de grande utilidade na simplificação expressões lógicas.

O produto AND ou a soma OR das variáveis é invertido.

1 - $\overline{A\ B\ C} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

2 - $\overline{A + B + C} = \overline{A} \,.\, \overline{B} \,.\, \overline{C}$

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$\overline{ABC}$	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	$\overline{A + B + C}$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0

Exercícios **em sala:**

1) Simplifique o circuito abaixo usando o teorema de De Morgan

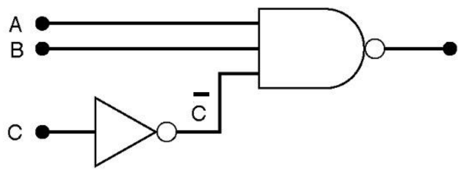
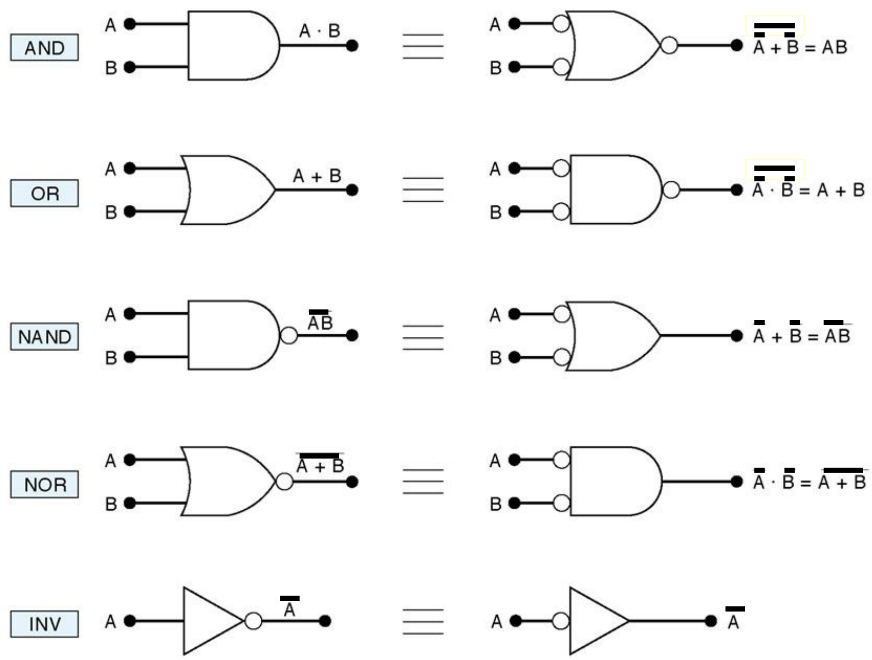


FIGURA 3-33 Simbolos-padrão e alternativos para



Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações
Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer   Capítulo 3   Prentice Hall

- Complemento de uma expressão lógica:
  - Para achar o complemento de uma expressão lógica devemos transformar em dual (manter as associações) e inverter as variáveis.

$0 \longleftrightarrow 1$

$+ \longleftrightarrow \cdot$

$X \longleftrightarrow \overline{X}$ (diferença de Dual)

Exemplo: encontrar o complemento

- $A\overline{B} + C \longrightarrow (\overline{A} + B).\overline{C}$

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$A.\overline{B}$	$A\overline{B} + C$	$\overline{A} + B$	$(\overline{A} + B).\overline{C}$
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	1	0

Um é complemento do outro

- $\overline{B}.(C + D.K) \longrightarrow B + \overline{C}.(\overline{D} + \overline{K})$
- $X + Y.Z = \overline{X} . (\overline{Y} + \overline{Z})$

Observações:

Expressões equivalentes → Representam a mesma situação prática ou mesma tabela verdade

Expressões duais → obtidas da transformação dual na expressão original (não tem relação numérica)

Manter associação → o AND é prioritário

Exercícios em SALA, terminar em casa NO ANEXO: Escreva as expressões na forma dual e complementar, desenhe o esquemas dos circuitos que executam as expressões originais e levante as tabelas verdades correspondentes:

1) $AB + A\overline{B}C + \overline{A}C + \overline{A}BC$

2) $A.(\overline{C}+D)B + A\overline{B}D + A\overline{C} + \overline{A}DC$

3) $\{[\overline{A}+(C\ .\overline{D})]+\overline{B}\} . (\overline{A}+B+\overline{D}) . (\overline{A}+C). (A+\overline{D}+\overline{C})$

Atividades Para casa: Ler o Capítulo 3 do Livro texto e Responder as questões e problemas das seções 3.10, 3.11 e 3.12
Exercício: A) Demonstrar as propriedades algébricas usando Tabela verdade

Sistemas Digitais para Computação **Roteiro da 5ª aula**

Referência ao Programa: Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

- Uniformização em portas NAND e NOR

Referência Livro Texto: Capítulo 3 – 3.11 e 3.12

Objetivo: apresentar Uniformização de expressões NAND, Uniformização de expressões NOR, Uniformização em portas de apenas duas entradas.

Atividades:

- Apresentar os conceitos e exemplos

ALGEBRA BOOLEANA E CIRCUITOS LÓGICOS

- **UNIFORMIZAÇÃO DE EXPRESSÕES EM PORTAS NAND**

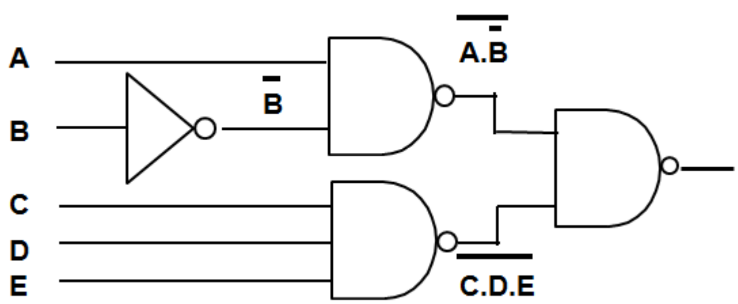
  Lembrete: complemento duas vezes → $\overline{\overline{A}} = A$

Exemplo 1: implemente a expressão a seguir só com portas NAND → $A.\overline{B} + C.D.E$

- Complementar 2 vezes: $\overline{\overline{A.\overline{B} + C.D.E}}$

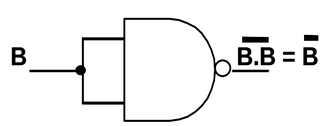
- Distribui a barra de baixo e aplicando De Morgan sobre o (+) OU → AND

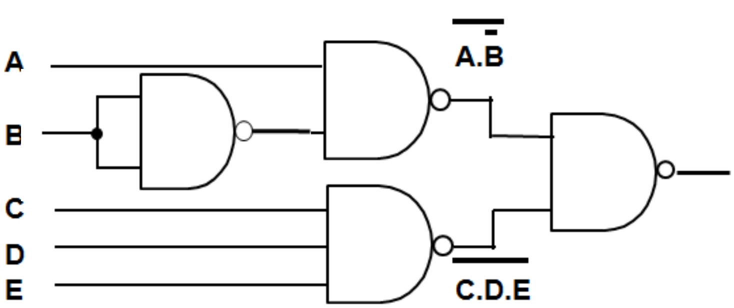
DeMorgan: + → . $\overline{\overline{A.\overline{B}} . \overline{C.D.E}}$



$\overline{\overline{A.\overline{B}} . \overline{C.D.E}}$

O Inversor por ser trocado por





$\overline{\overline{A.\overline{B}} . \overline{C.D.E}}$

Exemplo 2: implemente a expressão a seguir só com portas NAND

$$\bar{A}.B + A\bar{B} + AC \longrightarrow \overline{\overline{\bar{A}.B + A\bar{B} + AC}} \longrightarrow \overline{\overline{\bar{A}.B} \, . \, \overline{A\bar{B}} \, . \, \overline{AC}}$$

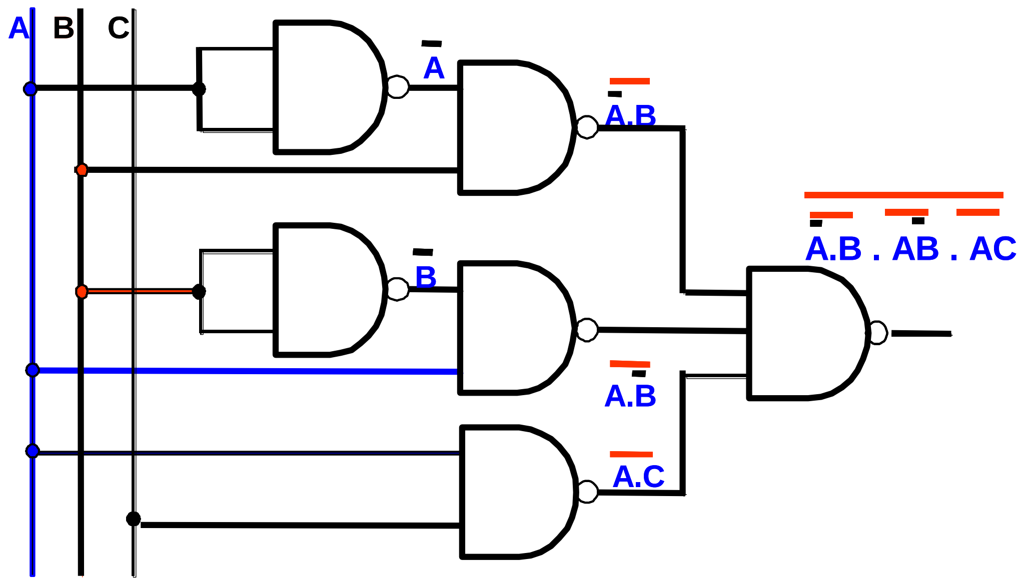
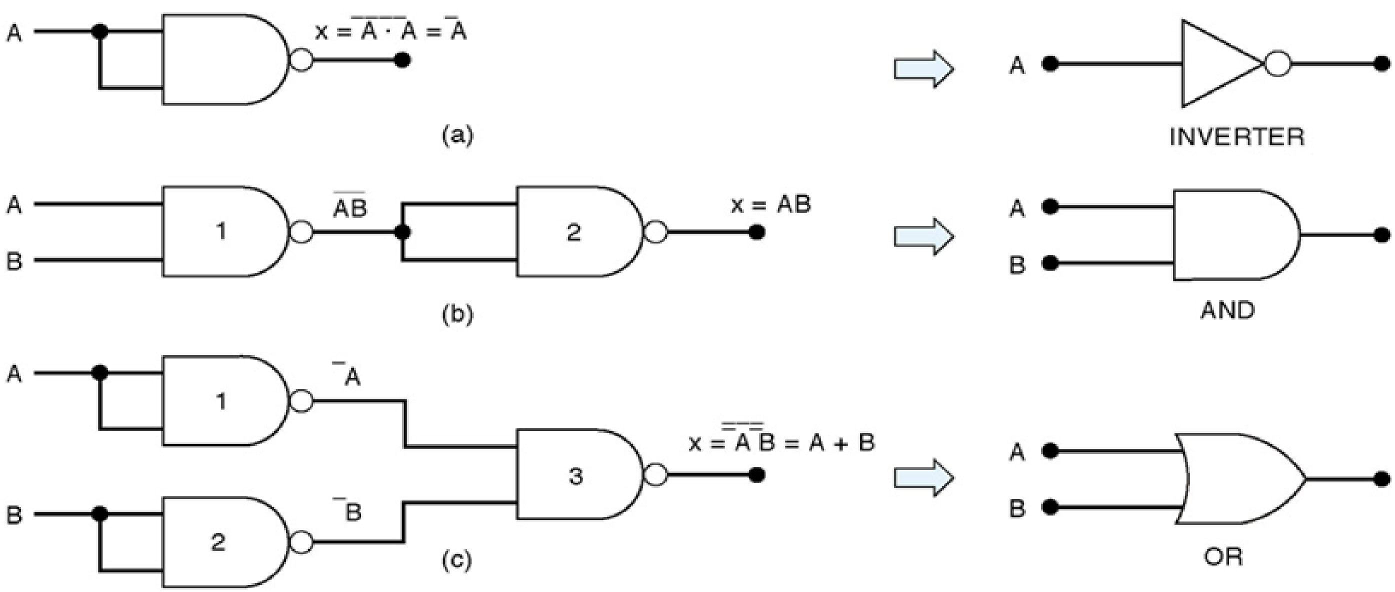


Figura 3-29 Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer-Capítulo 3

As portas NAND podem ser usadas para implementar qualquer função booleana.

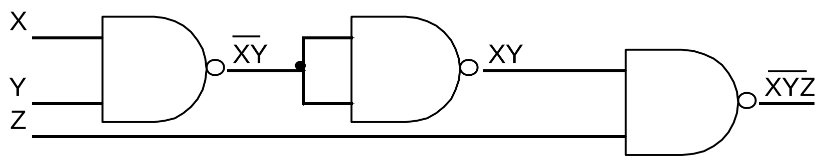


- **Uniformização em portas NAND de duas entradas.**

Exemplo 3: implemente a expressão à seguir só com portas NAND de 2 entradas

Lembrete: NAND de 3 entradas → NAND de 2 entradas

$\overline{XYZ} \longrightarrow \overline{\overline{\overline{XY}}Z}$ (levanta a barra e associa 2 variáveis com duas barras)

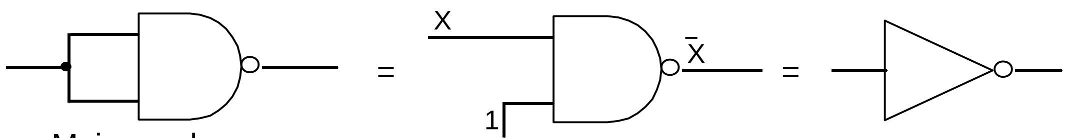


Observações:

- Podemos conectar duas saídas? Não, já duas entradas Sim, por exemplo para obter um inversor com NAND de 2 duas entradas:

Elemento neutro do AND é o 1

$\overline{x.x} = \bar{x}$ ↓ $\overline{1.x} = \bar{x}$



Mais usada

Exemplo 4: Uniformizar em NAND de duas entradas → $A.\bar{B}.C + \bar{A}.D + \bar{C}DE$

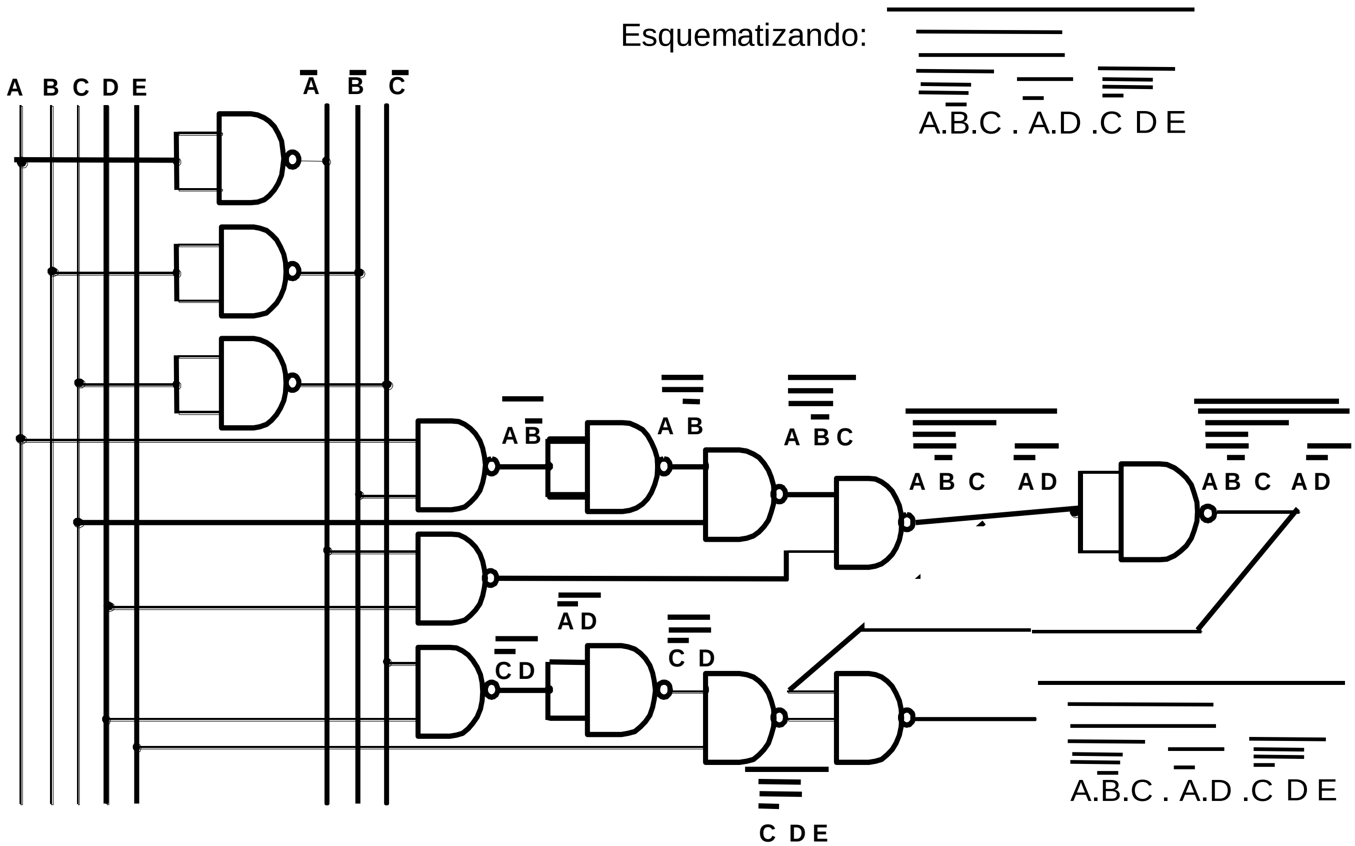
1º Passo: duas barras grandes → $\overline{\overline{A.\bar{B}.C + \bar{A}.D + \bar{C}DE}}$

Troca + ← → .

2º Passo: distribui 1 barra grande em 3 barras pequenas (De Morgan) $\overline{\overline{A.\bar{B}.C}\ .\ \overline{\bar{A}.D}\ .\ \overline{\bar{C}DE}}$

3º Passo: dupla inversão nos termos de 3 variáveis e barra dupla em 2 grupos AND→ 1ª solução → $\overline{\overline{\overline{\overline{A.\bar{B}}}.C}\ .\ \overline{\bar{A}.D}\ .\ \overline{\bar{C}\ \overline{\overline{DE}}}}$

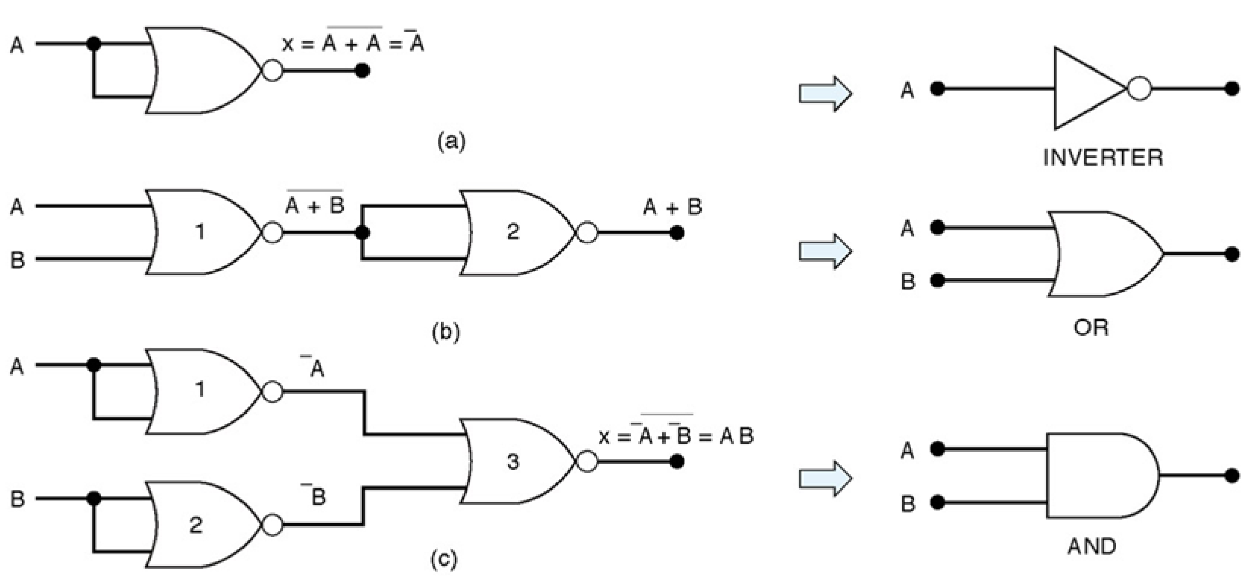
Esquematizando:



- **UNIFORMIZAÇÃO DE EXPRESSÕES em NOR de 2 entradas**

Figura 3-30 - Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações - Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer-Capítulo 3

As portas NOR podem ser usadas para implementar qualquer função booleana.



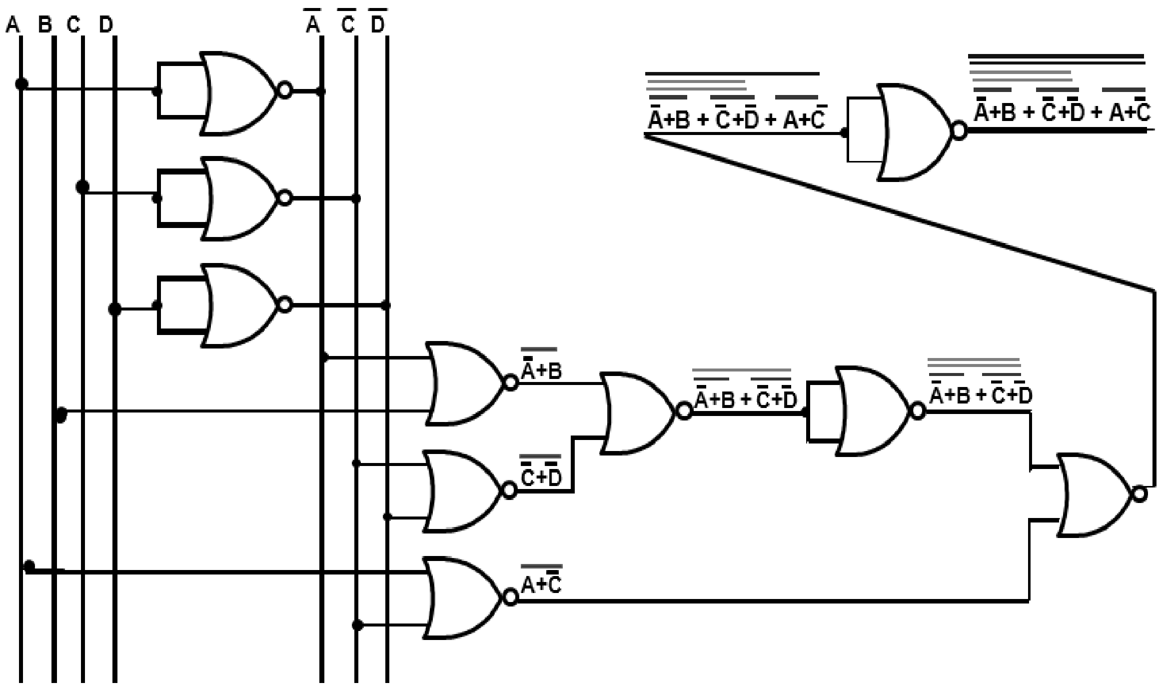
Exemplo 5: Uniformizar em NOR de duas entradas → $A.\overline{B} + C.D + \overline{A}.C$

1º Passo: duas barras grandes em cada AND → $\overline{\overline{A\overline{B}}} + \overline{\overline{CD}} + \overline{\overline{\overline{A}C}}$

substitui $\cdot \longleftrightarrow +$

2º Passo: distribui 1 barra de baixo por 2 barras pequenas (De Morgan) → $\overline{\overline{A}+\overline{\overline{B}}} + \overline{\overline{C}+\overline{D}} + \overline{\overline{\overline{A}}+\overline{C}}$

3º Passo: elimina as duplas inversões isoladas e acrescenta duas barras associando os NOR 2 a 2 → $\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{A}+B} + \overline{\overline{C}+\overline{D}}}} + \overline{A+\overline{C}}}$



Exercícios em SALA, terminar em casa NO ANEXO:

- Uniformizar em NAND – 2 entradas e NOR - 2 entradas.

Exercício 1: $\overline{A}B + AC + BC$, Exercício 2: $\overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C$, Exercício 3: $AB + \overline{A}\,\overline{B}C$

Atividades Para casa:

- Determinar quantas são as soluções do exemplo 4 em NAND de 2 entradas
- Escrever todas as soluções do exemplo 5 em NOR de 2 entradas.
- Ler o Capítulo 3 do Livro texto e Responder as questões e problemas do Capítulo 3 – 3.11 e 3.1

Sistemas Digitais para Computação **Roteiro da 6ª aula**

Referência ao Programa: Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

- Teoremas de Simplificação

Referência Livro Texto: Capítulo 3 – 3.10

Objetivo: apresentar os Teoremas de simplificação: Redução, Redundância e Termo Fantasma, e fazer Simplificação de expressões algébricas

Atividades:

- Apresentar os conceitos e exemplos

ALGEBRA BOOLEANA E CIRCUITOS LÓGICOS

- TEOREMAS DE SIMPLIFICAÇÃO:

São teoremas que vão ajudar a simplificar expressões lógicas.

1 – ABSORÇÃO: A simplificação ocorre nos termos maiores

$X + XY = X$ Dual → $X(X+Y) = X$

Propriedade distributiva

$XX + XY$

$X + XY$

$X = X$

X	Y	XY	X+XY
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

X	Y	X+Y	X(X+Y)
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	1	1

2 - REDUNDÂNCIA: Termo isolado aparece como fator de outro termo, este outro termo é desprezível.

$X.Y + X.\bar{Y} = X$ Dual → $(X+Y) . (X+\bar{Y}) = X$

$X(\underbrace{Y+\bar{Y}}_{1}) = X$

$X+\underbrace{X\bar{Y}+XY}+\cancel{Y\bar{Y}} = X$

$X + X + 0 = X$

X	Y	XY	$\bar{Y}$	X $\bar{Y}$	XY + X $\bar{Y}$
0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	**0**	1

X	Y	X+Y	$\bar{Y}$	X + $\bar{Y}$	(X+Y) (X + $\bar{Y}$)
0	0	0	1	**1**	0
0	1	1	0	**0**	0
1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1

3 - REDUÇÃO:

$$X + \cancel{\bar{X}}.Y = X + Y$$

O inverso de termo isolado é fator de um termo Maior → este termo $\bar{X}$ invertido pode ser eliminado do termo maior

3a - REDUÇÃO:

$$XY + X\cancel{\bar{Y}}Z = XY + XZ$$

Termo pequeno XY dentro de um termo grande XYZ mas com uma variável mudada → $\bar{Y}$ esta pode ser eliminada do termo maior

X	Y	$\bar{X}$	$\bar{X}$ Y	X + $\bar{X}$ Y	X + Y
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1

4 - $XY + \bar{X}.Z + \underbrace{YZ}_{\text{incluso}} = XY + \bar{X}Z$ TERMO FANTASMA (incluso)

cqd

o termo fantasma é formado pelos restos de operandos complementares.

X	Y	Z	XY	$\bar{X}$	$\bar{X}$.Z	YZ	XY+$\bar{X}$.Z+YZ	XY+$\bar{X}$.Z
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	1	1	1

Resumo:

1 - $X + XY = X$ (ABSORÇÃO)

2 - $X.Y + X.\bar{Y} = X$ (REDUNDÂNCIA) → Dual $(X+Y) . (X+\bar{Y}) = X$

3 - $X + \bar{X}Y = X + Y$ (REDUÇÃO) 3.a – $XY + X.\bar{Y}.Z = XY + XZ$

4 - $XY + \bar{X}.Z + \underbrace{YZ}_{\text{incluso}} = XY + \bar{X}Z$ TERMO FANTASMA (incluso)

Exercícios: Simplificação de expressões algébricas

a) $S = A.B.C + A.\overline{C} + A.\overline{B}$

1 ← 2 3 redução

$A.B + A.\overline{C} + A.\overline{B}$

$A.\overline{C} \rightarrow$ em $A.C.B \rightarrow AB + A\,\overline{C}$

1 ← 3 redundância $AB + A\overline{B} = A$

$S = A.\overline{C} + A$

$S = A$ absorsão

b) $S = \overline{A}.\overline{B} + \overline{A}.B$ redundância

$S = \overline{A}$

c) 1) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.C + \overline{A}.B.\overline{C} + A.\overline{B}.\overline{C} + A.B.\overline{C}$

duas redundâncias $\overline{A}\,\overline{C}$ e $A\overline{C}$

$S = \overline{A}\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.\overline{C}$

redução $\overline{A}\,\overline{C} \rightarrow$ em $\overline{A}CB \rightarrow \overline{A}\,\overline{C} + \overline{A}B$

$\overline{A}\overline{C} + \overline{A}.B + A.\overline{C}$

redundância $= \overline{C}$

$S = \overline{C} + \overline{A}.B$

d) $S = \overline{(\overline{A.C}+B+D)} + C.\overline{(A.C.D)}$

DeMorgan

$S = (A.C\,.\,\overline{B}\,.\,\overline{D}) + C.(\overline{A} + \overline{C} + \overline{D})$

$S = A.C\,.\,\overline{B}\,.\,\overline{D} + C\,\overline{A} + C\overline{D}$

redução $\overline{A}C$ em $\rightarrow AC\,\overline{B}\,\overline{D} = C\,\overline{B}\,\overline{D}$

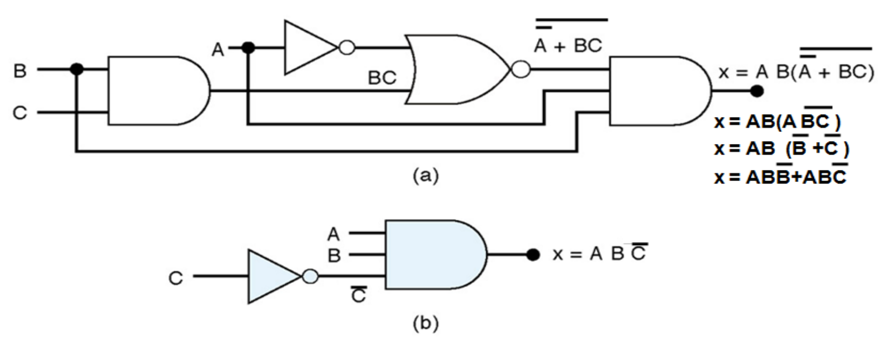
$S = C\,.\,\overline{B}\,.\,\overline{D} + \overline{C}\,A + C\overline{D}$

$X = C\overline{D}$
$X+XY=X$

absorção

$S = C.\overline{D} + \overline{A}.C$

Figura 4-1 Geralmente é possível simplificar um circuito lógico como o mostrado em (a) para gerar uma implementação mais eficiente, conforme mostrado em (b).

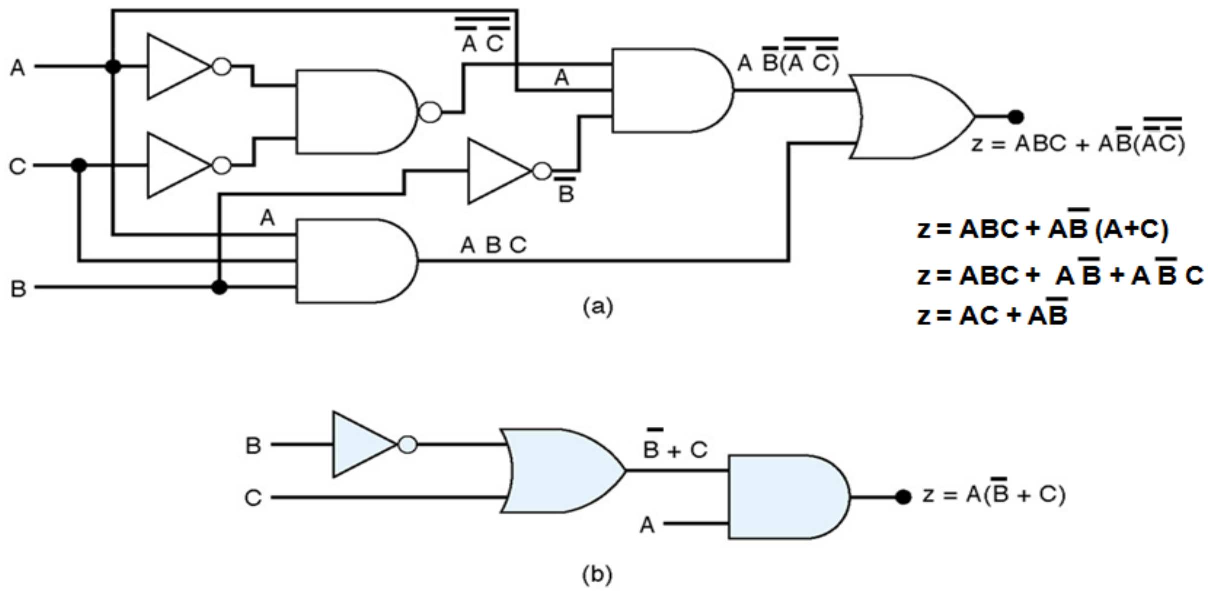


Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações
Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer

Capítulo 3

Prentice Hall

Figura 4-2   Exemplo 4-1.



Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações
Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer   Capítulo 3   Prentice Hall

Exercícios em SALA, terminar em casa NO ANEXO:

- **Simplifique as expressões a) b) e c)**
- **Desenhe o diagrama de blocos lógicos (esquema) dos circuitos simplificados usando somente portas NAND de duas entradas e também usando somente portas NOR de duas entradas**

1) $AB + A\overline{B}C + \overline{A}C + \overline{A}BC$

2) $A.(\overline{C}+D)B + A\overline{B}D + A\overline{C} + \overline{A}DC$

3) $\{[\overline{A}+(C\,.\overline{D})]+\overline{B}\}\,.\,(\overline{A}+B+\overline{D})\,.\,(\overline{A}+C).\,(A+\overline{D}+\overline{C})$

Atividades para casa:

- Ler o Capítulo 3 do Livro texto e Responder as questões e problemas das seções 3.10

Sistemas Digitais para Computação **Roteiro da 7ª aula**

Referência ao Programa: Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

- Simplificação Algébrica

Referência Livro Texto: Capítulo 4 – 4.1 a 4.4

Objetivo: apresentar a simplificação algébrica através de Forma de Soma de Produtos; Formula de Interpolação (obtenção da expressão a partir da tabela verdade); Simplificação algébrica; Projeto de circuitos combinacionais.

Atividades:

- Apresentar os conceitos e exemplos

ALGEBRA BOOLEANA E CIRCUITOS LÓGICOS

- FORMA DE SOMA DE PRODUTOS – portas AND ligados a portas OR para permitir a aplicação de simplificação algébrica

Exemplos: **1º -** $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.C + \overline{A}.B.\overline{C} + A.\overline{B}.\overline{C} + A.B.\overline{C}$

2º - $S = A.B.C + A.\overline{C} + A.\overline{B}$

Para estar na forma de soma de produtos:

- **A expressão Não pode conter Termos com inversão de mais de uma variável:**

$$\overline{A.B}.C \rightarrow (\overline{A}+\overline{B}).C \rightarrow \overline{A}.C+\overline{B}.C$$

- Exemplo 1: Simplificar a expressão algébrica→ $S = A.B.C + A.\overline{B}.(\overline{\overline{A}.\overline{C}})$

$$S = A.B.C + A.\overline{B}.(\overline{\overline{A}.\overline{C}})$$

De Morgan

$$S = A.B.C + A.\overline{B}.(\overline{\overline{A}}+\overline{\overline{C}})$$

Cancela dupla inversão

$$S = A.B.C + A.\overline{B}.(A+C)$$

Distribui

$$S = A.B.C + A.\overline{B}.A+A.\overline{B}.C \rightarrow \textbf{Soma de produtos}$$

A.A=A

$$S = A.B.C + \overline{B}.A+A.\overline{B}.C$$

Absorção: $A\overline{B} + A\overline{B}.C = A\overline{B}$

$$S = A.\cancel{B}.C + \overline{B}.A$$

Redução: $A.\overline{B}$ **dentro do ABC com B invertido→ elimina o B**

$$S = A.C + \overline{B}.A$$

Fatoração

$$S = A(C + \overline{B})$$

- Exemplo 2: Simplificar a expressão algébrica:

$$S = \overline{(\overline{A.C} + B + D)} + C.\overline{(A.C.D)}$$

De Morgan

$$S = (\overline{\overline{A.C}} \,.\, \overline{B} \,.\, \overline{D}) + C.(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D})$$

$$S = (\cancel{A}.C \,.\, \overline{B} \,.\, \overline{D}) + C.\overline{A}+C.\overline{D}$$

Redução: $\overline{A}.C$ dentro do $AC.\overline{B}\overline{D}$
com A invertido→ elimina o A

$$S = (A.C \,.\, \overline{B} \,.\, \overline{D}) + C.\overline{A}+C.\overline{D}$$

Absorção: $C\overline{D} + C.\overline{B}.\overline{D} = C.\overline{D}$

$$S = C\overline{D} + C\overline{A}$$

- FORMULA DE INTERPOLAÇÃO

Exemplo com 3 variáveis: Na tabela verdade fornecida, obter a expressão da saída S.

A	B	C	S		
0	0	0	0		
0	0	1	1	$\overline{A}\,\overline{B}\,C$	1 1 1 = 1
0	1	0	1	$\overline{A}\,B\,\overline{C}$	1 1 1 = 1
0	1	1	1	$\overline{A}\,B\,C$	1 1 1 = 1
1	0	0	0		
1	0	1	0		
1	1	0	1	$A\,B\,\overline{C}$	1 1 1 = 1
1	1	1	0		

$$S = \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.B.\overline{C}$$

* usando a simplificação: Redundância

$$X.Y + X.\overline{Y} = X$$

$$S = \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.B.\overline{C}$$

Redundância

$$S = \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B + A.B.\overline{C}$$

* usando a redução 1

$$X + \overline{X}Y = X + Y$$

$$S = \overline{A}.B + \overline{A}.C + A.B.\overline{C}$$

* usando a redução 2

$$X + \overline{X}Y = X + Y$$

$$S = \overline{A}.B + \overline{A}.C + B.\overline{C}$$

* retirando o termo fantasma

$$XY + \overline{X}.Z + \underbrace{YZ}_{\text{incluso}} = XY + \overline{X}Z$$

$$S = \overline{A}.C + B.\overline{C}$$

Outro caminho

$$S = \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.B.\overline{C}$$

1ª redundância 2ª redundância

$$S = \overline{A}.C + B.\overline{C}$$

Conclusão: quando encontramos o termo fantasma o caminho foi maior.

Exercício 1: Utilizando a tabela faça: fórmula de interpolação; simplificação e esquematização do circuito correspondente.

X	Y	Z	S1	S2	S3	S4	S5
0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1

1º Formula de Interpolação:

$$S1 = \overline{X}\overline{Y}Z + \overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}YZ + X\overline{Y}Z + XY\overline{Z}$$
$$S2 = \overline{X}\overline{Y}\overline{Z} + \overline{X}YZ + X\overline{Y}\overline{Z} + X\overline{Y}Z + XYZ$$
$$S3 = \overline{X}Y\overline{Z} + X\overline{Y}\overline{Z} + XY\overline{Z} + XYZ$$
$$S4 = \overline{X}\overline{Y}\overline{Z} + \overline{X}YZ + X\overline{Y}\overline{Z} + X\overline{Y}Z + XY\overline{Z}$$
$$S5 = \overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}YZ + X\overline{Y}\overline{Z} + XY\overline{Z} + XYZ$$

$Y\overline{Z}$

2º Simplificação: Redundância

$AB+\overline{A}B = B$ → $S1 = \overline{X}\overline{Y}Z + \overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}YZ + X\overline{Y}Z + XY\overline{Z}$

3º Simplificação: $AB + \overline{A}.B.C = AB + BC$

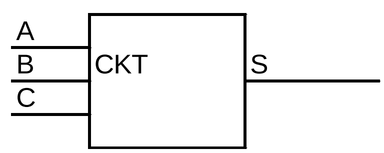
$\overline{Y}Z$

$$S1 = \overline{Y}Z + Y\overline{Z} + \overline{X}YZ$$

$$S1 = \overline{Y}Z + Y\overline{Z} + \overline{X}.Z$$

Exercício 2: Projetar um circuito “Detector de Maioria” de 3 entradas utilizando apenas portas NAND de 2 entradas.

Passos:
1. Tabela da verdade
2. Fórmula de interpolação
3. Simplificação
4. Nand – 2 entradas.



Solução

1º Tabela verdade

A	B	C	S		
0	0	0	0		
0	0	1	0		
0	1	0	0		
0	1	1	1	$\overline{A}.B.C$	111
1	0	0	0		
1	0	1	1	$A.\overline{B}.C$	111
1	1	0	1	$A.B.\overline{C}$	111
1	1	1	1	$A.B.C$	111

2º Formula de interpolação

$$S = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C} + A.B.C$$

$$S = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C} + A.B.C$$

$$S = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B$$

$$S = B.C + A.C + A.B$$

NAND 2

$$S = \overline{\overline{A.B + B.C + A.C}}$$

$$S = \overline{\overline{A.B} . \overline{B.C} . \overline{A.C}}$$

$$S = \overline{\overline{\overline{\overline{A.B} . \overline{B.C}}} . \overline{A.C}}$$ ou

$$S = \overline{\overline{A.B} . \overline{\overline{\overline{B.C} . \overline{A.C}}}}$$

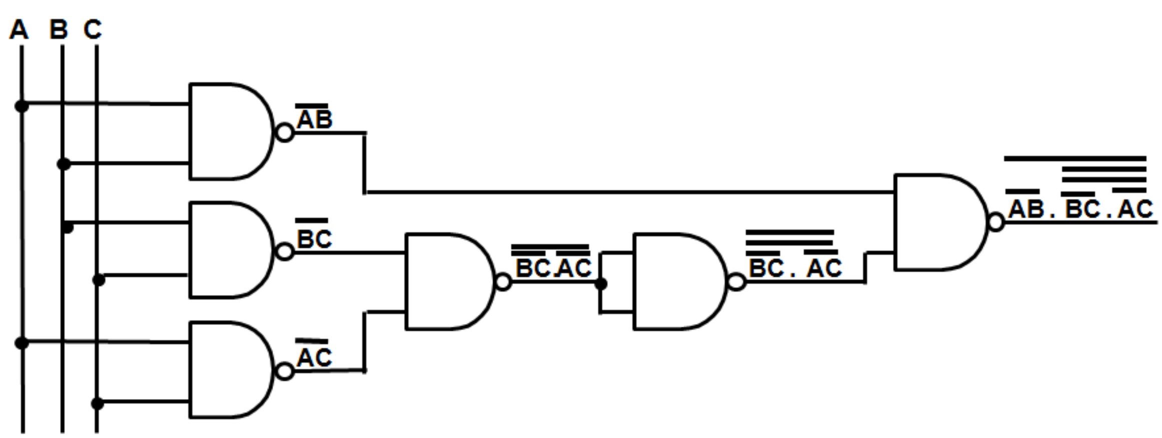
TEOREMAS DE SIMPLIFICAÇÃO:

1º - ABSORÇÃO:
$X + X.Y = X$ DUAL→ $X.(X+Y) = X$

2º - REDUNDÂNCIA:
$X.Y + X.\overline{Y} = X$ DUAL→ $(X+Y).(X+\overline{Y}) = X$

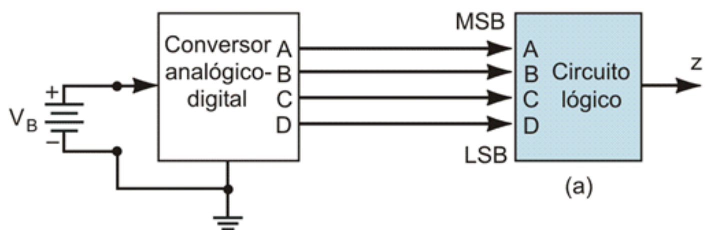
3º - REDUÇÃO: **3º a - REDUÇÃO:**
$X + \overline{X}.Y = X + Y$ **$X Y + X \overline{Y} Z = X Y + X Z$**

4º - TERMO FANTASMA OU TERMO INCLUSO:
$XY + \overline{X}.Z + YZ = XY + \overline{X}Z$



Exercício 3: do livro texto, Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações-Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer - Capítulo 4

FIGURA 4-8 Exemplo 4-8: Na fig (a) um conversor analógico-digital esta monitorando a tensão de uma bateria de 12 V de uma espaçonave em órbita. A saída do conversor é um número binário de 4 bits, *ABCD*, que corresponde à tensão da bateria em degraus de 1 V, sendo *A* o MSB. As saídas binárias do conversor são ligadas em um circuito digital que deve produzir uma saída em ALTO sempre que o valor da tensão for maior que 6 V. Projete este circuito lógico.



(a)

TABELA VERDADE

?

Solução:

	A	B	C	D	z	
(0)	0	0	0	0	0	
(1)	0	0	0	1	0	
(2)	0	0	1	0	0	
(3)	0	0	1	1	0	
(4)	0	1	0	0	0	
(5)	0	1	0	1	0	
(6)	0	1	1	0	0	
(7)	0	1	1	1	1®	$\bar{A}BCD$
(8)	1	0	0	0	1®	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
(9)	1	0	0	1	1®	$A\bar{B}\bar{C}D$
10)	1	0	1	0	1®	$A\bar{B}C\bar{D}$
11)	1	0	1	1	1®	$A\bar{B}CD$
12)	1	1	0	0	1®	$AB\bar{C}\bar{D}$
13)	1	1	0	1	1®	$AB\bar{C}D$
14)	1	1	1	0	1®	$ABC\bar{D}$
15)	1	1	1	1	1®	$ABCD$

(b)

$$Z = \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$$

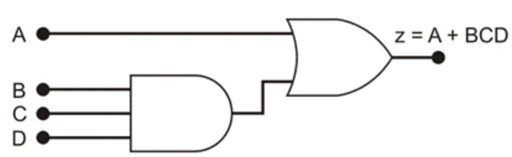
$$Z = \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}(\bar{D} + D) + A\bar{B}C(\bar{D} + D) + AB\bar{C}(\bar{D} + D) + ABC(\bar{D} + D)$$

$$Z = \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$Z = \bar{A}BCD + A\bar{B}`(\bar{C} + C) + AB(\bar{C} + C)$$

(c)

$$Z = \bar{A}BCD + A\bar{B} + AB = \bar{A}BCD + A(\bar{B} + B) = \bar{A}BCD + A = BCD + A$$



(c)

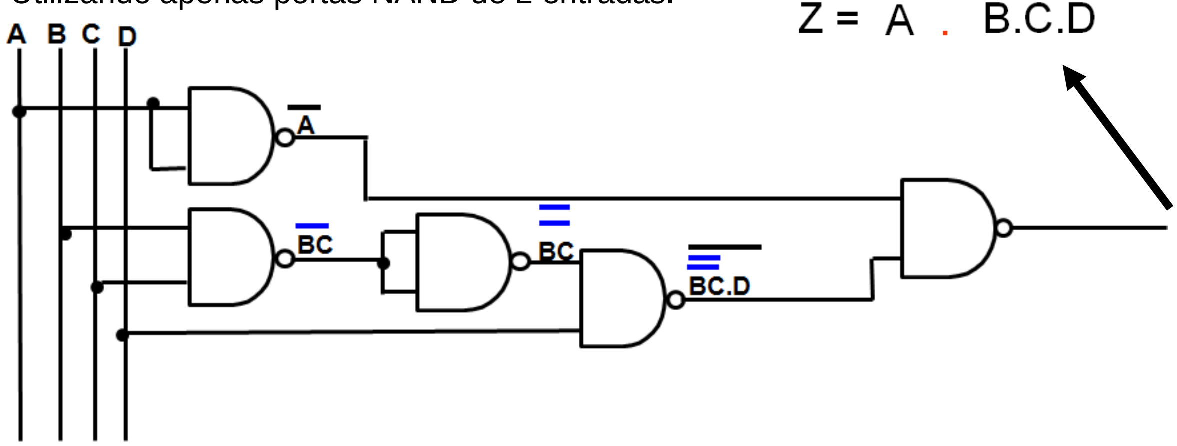
$$Z = A + B.C.D$$

$$Z = \overline{\overline{A + B.C.D}}$$

$$Z = \overline{\bar{A} \,.\, \overline{B.C.D}}$$

$$Z = \overline{\bar{A} \,.\, \overline{\overline{\overline{B.C.D}}}}$$

Utilizando apenas portas NAND de 2 entradas.



Exercício 4: Utilizando a tabela faça um projeto completo com NAND de duas portas e um diagrama de tempo.

Solução: 1o. Passo: A fórmula de interpolação
2o. Passo: Simplificação Algébrica.
3o. Passo: NAND 2 portas

$$S = \bar{X}.\bar{Y}.\bar{Z} + \bar{X}.\bar{Y}.Z + \bar{X}.Y.Z + X.Y.Z$$

simplificação

X	Y	Z	S	Interpolação	
0	0	0	1	$\bar{X}\,\bar{Y}\,\bar{Z}$	1 1 1 = 1
0	0	1	1	$\bar{X}\,\bar{Y}\,Z$	1 1 1 = 1
0	1	0	0		
0	1	1	1	$\bar{X}\,Y\,Z$	1 1 1 = 1
1	0	0	0		
1	0	1	0		
1	1	0	0		
1	1	1	1	$X\,Y\,Z$	1 1 1 = 1

$$S = \bar{X}.\bar{Y} + Y.Z$$

NAND -2

$$S = \overline{\overline{\bar{X}.\bar{Y} + Y.Z}}$$

$$S = \overline{\overline{\bar{X}.\bar{Y}} \;.\; \overline{Y.Z}}$$

Esquema:

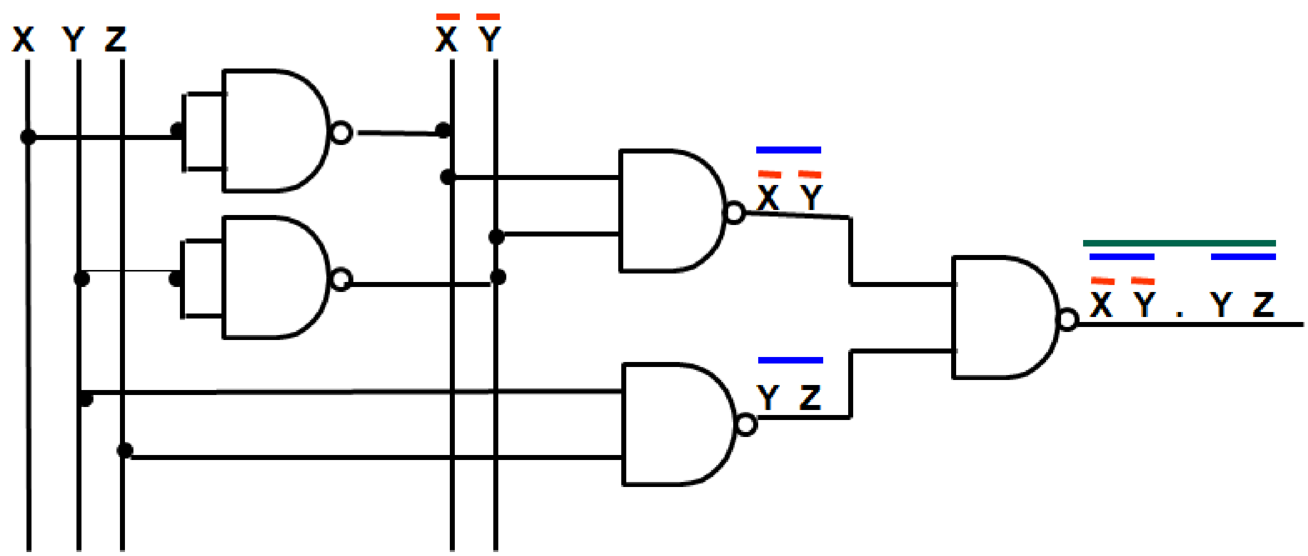
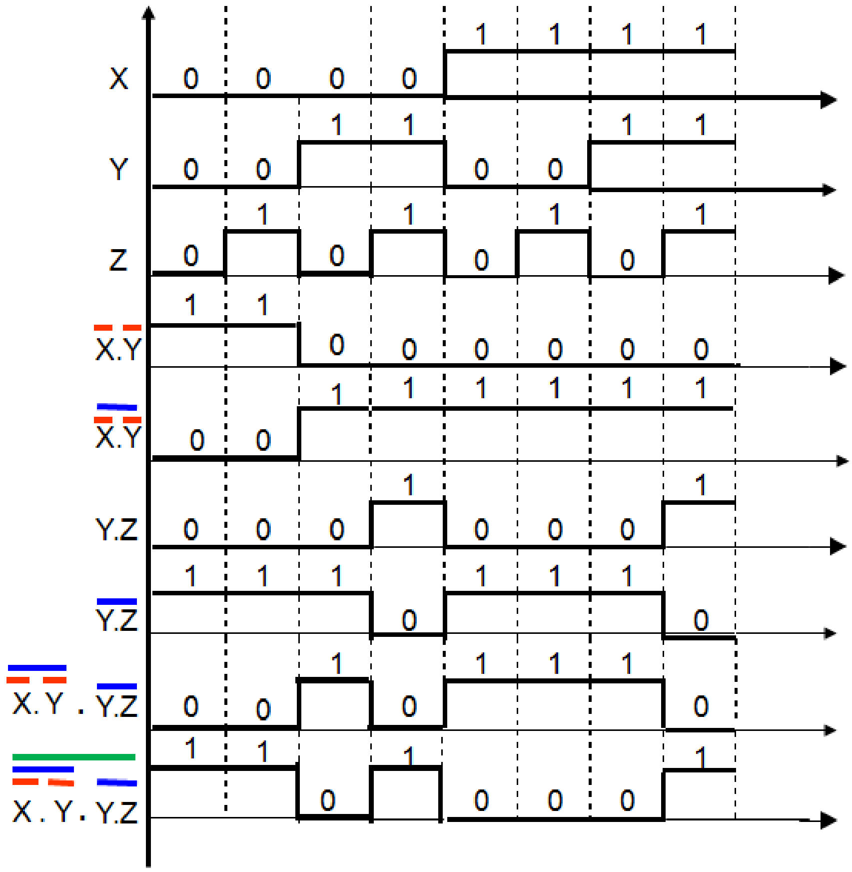


Diagrama de tempo:



$$S = \overline{\overline{\bar{X}.\bar{Y}} \;.\; \overline{Y.Z}}$$

X	Y	Z	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Atividades Para Casa:

- Ler o Capítulo 4 do Livro texto e Responder as questões e problemas das seção 4.1 a 4.4

Exercícios:

• Terminar o exercício1: simplificar as expressões S2 a S5 e esquematizar os circuitos simplificados S1 a S5 correspondentes usando NAND de 2 entradas .

$S1 = \bar{X}\bar{Y}Z + \bar{X}Y\bar{Z} + \bar{X}YZ + X\bar{Y}Z + XY\bar{Z}$
$S2 = \bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + \bar{X}YZ + X\bar{Y}\bar{Z} + X\bar{Y}Z + XYZ$
$S3 = \bar{X}Y\bar{Z} + X\bar{Y}\bar{Z} + XY\bar{Z} + XYZ$
$S4 = \bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + \bar{X}YZ + X\bar{Y}\bar{Z} + X\bar{Y}Z + XY\bar{Z}$
$S5 = \bar{X}Y\bar{Z} + \bar{X}YZ + X\bar{Y}\bar{Z} + XY\bar{Z} + XYZ$

OBS: 8ª aula → avaliação